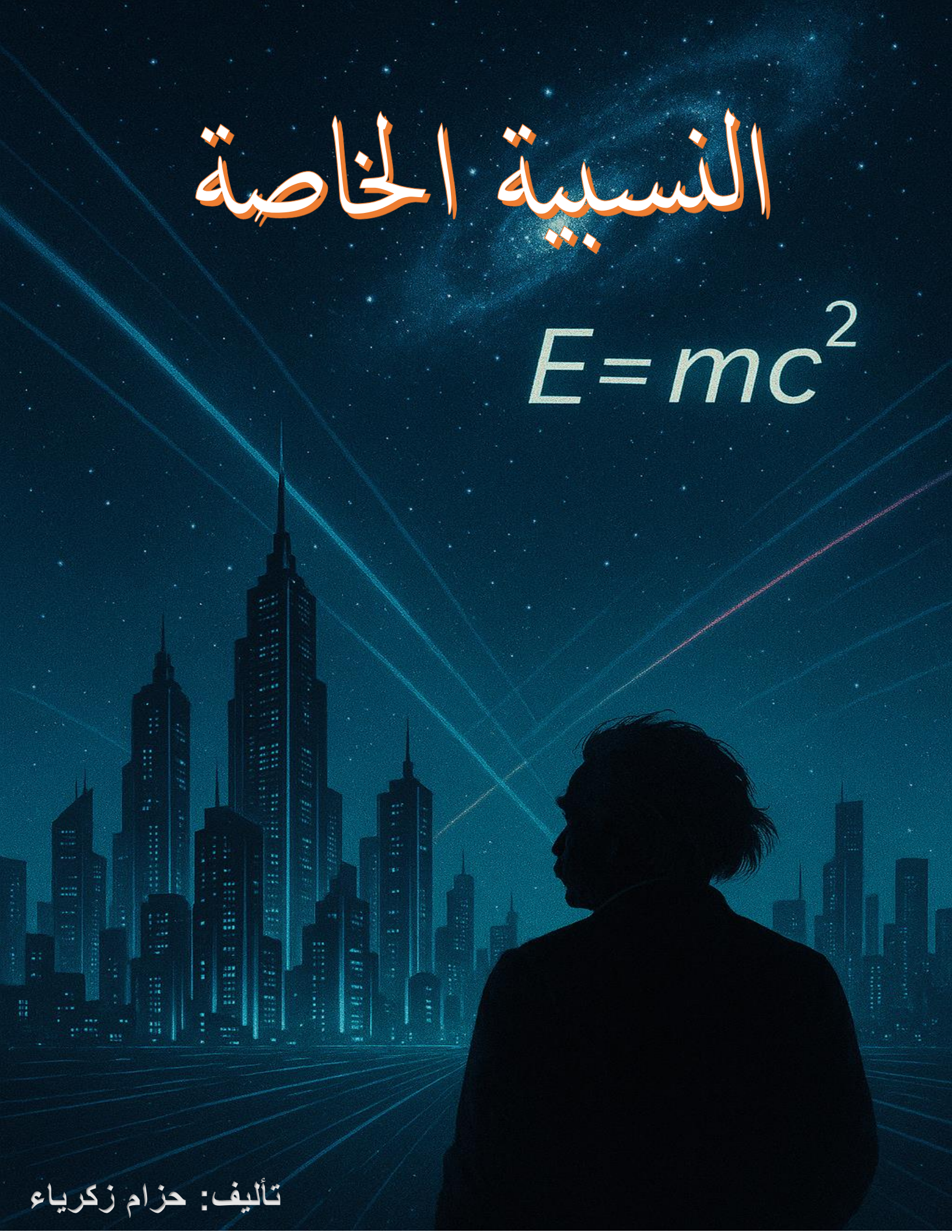
النسبية الخاصة

$$E=mc^2$$



تأليف: حزام زكرياء

فهرس الكتاب

❖ **المقدمة** **6**

❖ **قبل قراءة هذا الكتاب** **7**

❖ **مقدمة تاريخية** **8**

❖ **الفصل الأول: المراجع الغاليلية** **11**

- المراجع القصورية 11
- الإحداثيات القطبية والديكارتية 12
- التحويلات بين الإحداثيات ومصفوفة جاكوبي 14
- السرعة والتسارع 18
- أنواع الحركة 20
- التحويلات الغاليلية 24
- تحويلات السرعة 26
- هندسة التحويلات الغاليلية 27
- الخلاصة 31

❖ **الفصل الثاني: الميكانيك الكلاسيكي** **33**

- الزخم والقوة 33
- العمل والطاقة 34
- قوانين الحركة 35
  - مبدأ القصور الذاتي..... 36
  - المبدأ الأساسي للتحريك 36
  - مبدأ الفعلين المتبادلين 37
- الخلاصة 38

❖ **الفصل الثالث: نهاية الميكانيك الكلاسيكي** **39**

- مقدمة في الكهرومغناطيسية 39
- المشاكل التي واجهت العلماء 41

- تجربة ميكلسون ومورلي 43
- نظرية لورنتز للأثير 46
- الخلاصة 47

❖ **الفصل الرابع: نظرية النسبية الخاصة 49**

- مسلمات النسبية الخاصة 49
- تباطؤ الزمن وتقلص الطول 50
- تحويلات لورنتز 56
- تحويلات السرعة والتسارع 64
- نسبية الآنية 68
- انحراف الضوء 70
- تأثير دوبلر 72
- السرعة القصوى 78
- الخلاصة 79

❖ **الفصل الخامس: فضاء مينكوفسكي (نسيج الزمكان) 82**

- تذكير حول الحساب الشعاعي 82
- فضاء مينكوفسكي 83
- التعرف على الأشعة بأربعة أبعاد 86
  - شعاع الحدث 86
  - شعاع السرعة 87
  - شعاع التسارع 88
  - شعاع الطاقة–كمية الحركة 91
  - شعاع القوة 91
  - شعاع الموجة 92
- المخروط الضوئي 93
- هندسة فضاء مينكوفسكي 94
- الفرق بين الهندسة الإقليدية وهندسة فضاء مينكوفسكي 100
- الخلاصة 102

❖ **الفصل السادس: الديناميك 104**

- الزخم والقوة 104
- المبدأ الأساسي للتحريك 105
- الطاقة الكلية وطاقة السكون 105
- التفاعلات والتفككات النووية 109
- الخلاصة 110

❖ **الفصل السابع: مفارقات النسبية الخاصة 111**

- مفارقة التوأم 111
- مفارقة النفق 115
- مفارقة سفينة الفضاء لبيل 117
- مفارقة سوبلي (مفارقة الغواصة) 120
- مفارقة القرص الدوار 121

❖ **الفصل الثامن: المراجع المتسارعة 124**

- إحداثيات ريندلر 124
- أفق ريندلر 125
- سرعة الضوء ليست ثابتة! 126
- معادلة المسار لجسم متسارع بالنسبة لمرجع ثابت 128
- التحويلات من وإلى إحداثيات ريندلر 132
- الخلاصة 136

❖ **مدخل إلى نظرية النسبية العامة 138**

- مقدمة تاريخية 138
- جاذبية نيوتن 139
- نجاح جاذبية نيوتن 139
- المشاكل التي واجهت جاذبية نيوتن 140
- نظرية النسبية العامة 140
- " انحناء نسيج الزمكان " 141
- معادلات النسبية العامة 148
- الفرق بين النسبية الخاصة والنسبية العامة 149
- نجاح نظرية النسبية العامة 150

❖ **ملخص أهم نتائج نظريتي النسبية الخاصة والعامة 151**
- النسبية الخاصة 151
- النسبية العامة 152

❖ **الخاتمة 153**

❖ **المراجع 154**

مقدمة الكتاب

بسم الله الرحمن الرحيم...

الحمد لله والصلاة والسلام على رسول الله، أما بعد فإنني أضع بين يدي كل طالب أو مهتم بدراسة وفهم نظرية النسبية الخاصة هذا الكتاب، وقد حرصت على أن يكون مبسطا وشاملا لأهم ما جاء في هذه النظرية التي غيرت فهمنا للعالم، وأتمنى أن يكون هذا الكتاب مفيدا ونافعا.

في صغري، كنت شديد الاهتمام بكل المجالات العلمية، كثير الاطلاع على آخر الاكتشافات في شتى المجالات، ربما كانت أهم لحظة فارقة في حياتي هي عندما قرأت أن للضوء سرعة محددة، كانت هذه فكرة مثيرة جدا للاهتمام، كنت أنظر إلى كل مصدر ضوء وأقول في نفسي، إن كان الضوء يسافر بسرعة محددة، فهذا يعني أنني أرى هذا المصباح على حاله في الماضي، لأن الضوء الذي وصل عيني احتاج مدة حتى يسافر من هذا المصباح وصولا إلى عيني..

ثم بدأت أذهب أبعد من هذا، نظرت إلى القمر، وقمت ببحث سريع عن المسافة التي يبعد بها عن الأرض، وبعملية حسابية بسيطة، وجدت أن القمر يبعد عن عيني قرابة ثانية ضوئية، وهذا يعني أنني أرى القمر في الماضي قبل ثانية كاملة مما هو عليه الآن!

ذهبت أبعد وأبعد، إلى الشمس! وجدت أنها تبعد ثماني دقائق ضوئية، لو انفجرت الشمس الآن فإننا لن نعلم إلا بعد ثمان دقائق كاملة! أي أننا سنعيش تلك الدقائق الثمانية ونحن نستنير بضوء شمس لا وجود لها!

كل هذه المعلومات أثارت اهتمامي في ذلك الوقت، وما صدمني أكثر أن نجوم السماء تبعد عنا سنوات ضوئية، أي أننا نرى الضوء المنبعث منها قبل سنوات من الآن! كل ما سبق كان دافعا قويا لي لأتعلم المزيد عن الفيزياء وعلم الفلك ...

لكن بسبب انخفاض مستواي العلمي حينها، فكل ما أعرفه عن الفيزياء هو ما ينشره بعض مبسطي العلوم الذين كانوا يحرفون العلم تحريفا ليكتبوا منه روايات خيال علمي هي أقرب للخرافة من العلم، عندها سمعت بنظرية النسبية لأول مرة في حياتي... كل ما وصلني عن هذه النظرية هو أنها نظرية لا تمتلك أي تطبيقات على أرض الواقع، وأنها نظرية تدعم فكرة السفر عبر الزمن كما تظهرها الأفلام، وكأي شخص منطقي، لم آخذ هذه النظرية على محمل الجد وعاملتها على أنها مجرد خيال علمي.

لما وصلت إلى المرحلة الثانوية، زاد اهتمامي بمجال الفيزياء، في هذه المرحلة بدأت أفهم كيف تعمل الفيزياء وكيف يفكر الفيزيائيون، وكان أيضا من بين ما وجدته بالصدفة أن نظرية النسبية لأينشتاين ليست رواية خيال علمي! بل هي علم مثبت بل وله تطبيقات كثيرة لعل أهمها معادلة تكافؤ الكتلة والطاقة، التي هي مبدأ عمل المفاعلات والقنابل النووية، وأيضا تقنية الـ GPS تدخل في حساباتها معادلات النسبية الخاصة والعامة، هذا جعلني أعيد فتح هذا الملف وأبحث أكثر عن هذه النظرية المثيرة ...

عندها بدأت رحلة لم تنته حتى هذه اللحظة التي أكتب فيها هذه الكلمات، لهذا السبب أحببت أن أكتب كتابا ألخص فيه ما خضته في هذه الرحلة وبشكل مبسط حتى يسهل على الطلبة أو أي مهتم بهذه النظرية فهمها وتطبيقها بشكل مباشر...

قبل قراءة هذا الكتاب

في هذه السطور سنقوم بإعطاء بعض الملاحظات التي نعرف من خلالها القارئ أسلوب هذا الكتاب والطريقة الصحيحة لقراءته.

حرصت في أثناء كتابتي لهذا الكتاب أن أبسط بقدر الإمكان، وأن أركز على شرح الجانب الفيزيائي والحدسي للمعادلات حتى يكون الكتاب مفهوما، لا مجرد طلاسم ومعادلات لا يفهمها إلا كاتبها.

في البداية بدأنا بمقدمة تاريخية، ثم تذكير بالميكانيك الكلاسيكي والكهرومغناطيسية، وهذه الأجزاء ضرورية لمن يريد فهما أعمق للأسباب التي جعلتنا نحتاج إلى نظرية جديدة.

في الجزء الخاص بالنسبية الخاصة، حاولت أن أتوسع في شرح الجانب الرياضي حتى نعمق فهمنا لهذه النظرية، وأيضا لأن رياضيات النسبية الخاصة بسيطة جدا مقارنة برياضيات النسبية العامة.

في الجزء الخاص بالنسبية العامة، اكتفيت بمحاولة تقريب الفكرة للذهن حتى نفهم بشكل حدسي ما تتحدث عنه نظرية النسبية العامة، دون توسع في المفاهيم الرياضية لهذه النظرية.

قمت بهيكلة هذا الكتاب وقسمت عناصره إلى عدة فصول، في نهاية كل فصل أضع ملخصا لأهم ما ورد فيه، وذلك حتى يتمكن القارئ من فهم نتائج كل فصل.

وقد تعمدنا أن نكثر من الوثائق والرسوم التوضيحية وأن تكون بأكبر قدر ممكن من التبسيط حتى لا يتيه القارئ في قراءته لهذا الكتاب.

مقدمة تاريخية

في عام 1687 نشر العالم الإنجليزي الشهير السير إسحاق نيوتن كتابه "**المبادئ الرياضية للفلسفة الطبيعية**"، هذا الكتاب نقل الفيزياء من كونها مجرد فلسفات متفرقة وقوانين متناثرة لتصبح علما دقيقا وتأخذ معناها الرياضي ... في هذا الكتاب، أوضح نيوتن أنه بإمكاننا التنبؤ بحالة جسم ما فقط من خلال معرفة حالته الابتدائية في لحظة معينة، ويقصد بحالة الجسم هنا معلومتان عنه: موقعه، وكمية حركته. من خلال هذين المعلومتين فقط، وباستخدام قوانين الحركة التي جمعها نيوتن، يمكننا معرفة حالة الجسم في أي لحظة نريدها!

بهذا أصبحت الفيزياء علما كاملا حيث كل شيء حتمي ويخضع لقوانين دقيقة ومحددة... لو أننا بطريقة ما بنينا جهاز حاسوب خارق وأدخلنا فيه حالة كل ذرة في لحظة ابتدائية، يمكننا بذلك توقع حالة كل ذرة في أي لحظة مستقبلية.. وبالتالي أصبح بإمكاننا –نظريا– التنبؤ بكل ما يمكن أن يحدث في المستقبل، لدرجة أن الاعتقاد الذي ساد بعد ذلك هو أن الفيزياء قد انتهت، كل ما بقي هو تطوير أدواتنا لإجراء قياسات أدق!

لكن هذا الاعتقاد رغم أنه ساد طويلا إلا أنه قد تبين فيما بعد أن العائق في طريقنا نحو التنبؤ بمستقبل الكون ليس فقط صعوبة بناء كمبيوتر خارق فقط وإنما القضية أشد تعقيدا، وذلك بعد ثورة ميكانيكا الكم...

ومن ناحية أخرى.. ظهرت مشاكل عديدة واجهت فهمنا للكهرومغناطيسية ووضعتها في صدام مع نسبية نيوتن، مما حتم علينا أن نبحث عن نسبية جديدة تجمع بين الميكانيك الكلاسيكي والكهرومغناطيسية...

قبل ظهور نسبية أينشتاين، كان يعتقد أن الضوء موجة كهرومغناطيسية تنتقل في وسط افتراضي أسماه العلماء بالأثير، وقد اضطر العلماء لافتراض وجود هذا الوسط لتفسير انتقال موجة الضوء في الفراغ... وبما أن الضوء ينتقل خلال الأثير، فإنه بإمكاننا أن نتخذ من هذا الأثير مرجعا مطلقا للكون.

وباعتبار الأثير مرجعا ساكنا سكونا مطلقا، يمكننا بذلك دراسة سرعة الأرض بالنسبة له، وبذلك يمكننا معرفة سرعة الأرض في الكون.. لكن التجارب التي أجريت بناء على هذه الافتراضات كلها باءت بالفشل وأظهرت أن الأرض ساكنة رغم أن حركة الأرض كانت شيئا مثبتا وبديهيا ولا مجال لمناقشته مجددا، وهذا يعني وجود خطأ ما في هذه الافتراضات، أي أن فرضية الأثير غير صحيحة! وهذا الاحتمال لم يكن واردا، الأمر الذي دعا العلماء إلى اقتراح العديد من الحلول، لكنها جميعا كانت غير منطقية كافتراض بعضهم أن الأثير يتحرك بنفس حركة الأرض وبالتالي حساب سرعة الأرض بالنسبة للأثير سيعطينا قيمة معدومة.

كل هذا التخبط دعا بعض العلماء كهندريك لورنتز إلى إعلان تآمر الطبيعة ضدنا، ومنعها إيانا من قياس سرعتنا المطلقة في الكون، ووضع بعد ذلك نظريته حول الأثير وبذلك فسر نتائج تجربة ميكلسون ومورلي، ومن خلال هذه النظرية جاء بتحويلاته المعروفة باسمه.

قد يتساءل البعض، لماذا كل هذا التمسك بفرضية الأثير؟ ألم تسبب هذه الفرضية مشاكل أكثر من الحلول التي قدمتها؟ والإجابة أنه في ذلك الوقت لم يكن هنالك شك في الطبيعة الموجية للضوء خصوصا بعد تجربة يونغ التي أظهرت بكل وضوح تداخل موجات الضوء تماما كما تتداخل

موجات الماء، وكما نعلم جميعا، الموجة هي مجرد اضطراب في وسط محيط بها، فلا يمكن أن تكون لدينا موجة بحر من دون بحر! ولا يمكن أن يكون لدينا صوت من دون هواء ينقله، وبالتالي لا يمكن أن يكون هناك ضوء من دون أثير "**فخير أن تتوقف الأرض عن دورانها من أن ينكر الأثير!**"

لكن بعد نشر أينشتاين لورقته البحثية عام 1905 حول الظاهرة الكهروضوئية، عدنا مجددا لنفكر في طبيعة الضوء، لكن بطريقة مختلفة! هذه المرة، الضوء ليس موجة وليس جسيما، وإنما هو في حالة ازدواجية حيث يتصرف أحيانا كموجة وأحيانا أخرى كجسيم! وهذا يجعلنا نعيد التفكير مجددا في فرضية الأثير، فإن كان الضوء قادرا على التصرف كجسيم، في هذه الحالة لا حاجة للأثير لتفسير انتقاله! وبهذا أصبح الأثير فرضية لا فائدة منها سوى أنها مصدر للمشاكل!

وهذا قادنا إلى النظرية النسبية حيث ألغى أينشتاين فكرة الأثير وأخرج للعالم مبدأ النسبية الذي ينص على عدم تغير القوانين الفيزيائية بالنسبة لجميع المراجع القصورية، وأضاف سرعة الضوء إلى هذه القوانين لتصبح ثابتة أيضا بالنسبة لجميع المراقبين في المراجع القصورية، ليطرح ذلك في ورقة بحثية في نفس السنة (1905).

نظرية النسبية الخاصة في نتائجها أغرب من الخيال، فلو أنك تسير بسرعة قريبة من سرعة الضوء، سترى الأشياء من حولك وقد قصر طولها في اتجاه حركتك، وسترى كذلك أن الزمن في الخارج يمر ببطء.. ولو ألقى أحدهم عليك التحية فستراه يلقيها بالعرض البطيء، ولو رددت عليه التحية فسيراك كذلك تردها عليه بالعرض البطيء، فكلاكما يرى زمن الآخر يتمدد، وكلاكما يرى الآخر نحيفا، لكن من منكما على حق؟ لا يمكن الحكم لأن القضية نسبية.

الغريب أيضا في النظرية الجديدة أنه لو انطلق شعاع ضوء فإن كلاكما سيرى هذا الشعاع يسير بسرعة الضوء! تخيل لو أن لدينا قطارا يسير بسرعة الضوء وفي مقدمة هذا القطار شخص يطلق شعاع ضوء في اتجاه حركة القطار، هذا الشخص سيرى الضوء يسبقه بسرعة الضوء أي 300 ألف كلم في الثانية، لكن أنت كمراقب خارجي فسترى الضوء يسير مع القطار بنفس السرعة وهذا لأن سرعة الضوء ثابتة بالنسبة لكليكما!

أيضا من نتائج النظرية أن التزامن كذلك أصبح نسبيا، فلو أن حدثان حدثا بالنسبة لك في نفس الوقت، فبالنسبة لشخص متحرك بسرعة كبيرة لن يحدث هذان الحدثان في آن واحد وإنما سيكون هناك تأخر في حدث عن الآخر.

أيضا هناك تأثيرات أخرى سنتحدث عنها باستفاضة في الأجزاء القادمة كانحراف الضوء وتأثير دوبلر النسبي ... إلخ.

كل ما سبق كان نتائج لا نحس بها بسهولة لأن سرعاتنا الاعتيادية صغيرة جدا بالنسبة لسرعة الضوء، فهل هناك نتائج للنظرية لها تطبيقات مباشرة؟

الإجابة نعم وهي كثيرة، أحد نتائج نظرية النسبية الخاصة أن للأجسام طاقة تسمى بطاقة السكون، وتساوي كتلة الجسم مضروبة في مربع سرعة الضوء، ولا أحتاج لإخبارك عن ضخامة مقدار هذه الطاقة، فلو أننا بطريقة معينة تمكننا من تحويل الكتلة إلى طاقة فإننا سنكون قد فتحنا بابا

واسعا في الاستفادة من الطاقة المتجددة، وهذا قد حدث بالفعل وهذا الباب يسمى بالطاقة النووية، حيث نقوم بافتعال سلسلة تفاعلات نقوم فيها بتحويل جزء من كتلة أنوية الذرات إلى طاقة مهولة، وأثبتت التجارب أنها بنفس القدر الذي تنبأت به معادلة أينشتاين.

لكن بعد وضع أينشتاين لنظرية النسبية الخاصة، وجد أن هناك تناقضات بينها وبين جاذبية نيوتن، وبالتالي وجب على أينشتاين وضع نظرية عامة تدخل تأثيرات الجاذبية، ويجب أن تتوافق هذه النظرية مع نسبيته الخاصة، وأيضا يجب أن تكون قادرة على حل بعض المشاكل مثل مشكلة مدار كوكب عطارد، وبالفعل، في عام 1915 تمكن أينشتاين من وضع نظريته حول الجاذبية (النسبية العامة)، والتي قدمت تنبؤات مذهلة تم تأكيد معظمها تجريبيا بعد موته.

في الأجزاء القادمة من الكتاب سنقوم بشرح مفصل ومبسط لكل نقطة وردت في هذه المقدمة مع تطبيقات عملية لنعمق فهمنا لهذه النظرية.

الفصل الأول: المراجع الغاليلية

قبل أن نبدأ في شرح نظرية النسبية الخاصة لأينشتاين، نحتاج لوضع أساس رياضي ونعمق فهمنا بداية بنسبية نيوتن، حتى يكون المرور لنسبية أينشتاين أسهل نحتاج في البداية أن نمر على كل من: المراجع القصورية، الميكانيك الكلاسيكي، الكهرومغناطيسية.

1) المراجع القصورية:

من المؤكد أنه قد سبق وكنت في مكان ما، واتصل بك صديقك ليسألك عن موقعك، وبطبيعة الحال، أول شيء تقوم به هو أنك تبحث عن أقرب مَعْلَم مهم يتعرف عليه كلاكما، ثم تحدد موقعك بالنسبة لهذا المعلم، على سبيل المثال: أنت قريب من مسجد ما ويفصل بينك وبينه بنايتان، كل ما تفعله أن تخبر صديقك باسم هذا المسجد ثم تعطيه معلومة حول موقعك منه، وبهذه الطريقة تكون قد أرشدته إلى موقعك، وبهذه الطريقة سنحدد موقع أي جسم في الفصول القادمة.. نُعرّف أولا المرجع الذي ندرس مواقع الأجسام من خلاله، ثم نحدد مركز هذا المرجع، ومن ثم نحدد بعد الجسم عن هذا المركز.

إذن ماذا نقصد بالمراجع القصورية؟ المراجع القصورية هي مراجع تحقق شرطين أساسيين: أولا ألا تتسارع في حركتها وثانيا ألا تدور، فمثلا القطار في أثناء تسارعه أو تباطئه لا يعتبر مرجعا غاليليا، لكن أثناء حركته بسرعة ثابتة نعتبره مرجعا غاليليا.

من الأمثلة عن المراجع القصورية المرجع السطحي الأرضي، وهذا هو المرجع الذي استخدمناه قبل قليل لنساعد صديقك للعثور عليك، حيث استخدمنا نقطة تنتمي إلى سطح الأرض وهي المسجد.

من الأمثلة أيضا المرجع الهيليو-مركزي وهو مرجع نحدد من خلاله مواقع الأجرام بالنسبة للشمس، والمرجع الجيو-مركزي الذي نحدد به موقع القمر والأقمار الاصطناعية بالنسبة للأرض، وهذه هي أشهر الأمثلة عن المراجع الغاليلية.

قد يتساءل البعض، كيف نعتبر المرجع السطحي الأرضي مرجعا قصوريا رغم أنه لا يحقق أيا من الشرطين السابقين؟، جميعنا يعلم أن الأرض تتسارع في حركتها حول الشمس!، وجميعنا يعلم أيضا أن الأرض تدور حول محورها!... وإجابة هذا السؤال ستنقلنا إلى النقطة التالية، لماذا نشترط أن تكون المراجع القصورية غير متسارعة وغير دوارة؟

ببساطة، لأن التسارع والدوران يسببان ما يسمى بالقوى الوهمية أو الـ "$Fictitious\ Forces$"، مثلا لو ركبت قطارا يتسارع فستحس بقوة تدفعك للخلف، ولو تباطأ فستحس بقوة تدفعك للأمام، أما الدوران فإنه يسبب قوة تسمى الطرد المركزي، فلو كنت في سيارتك تدور في منعرج قوي يسارا فإنك ستحس بقوة تدفعك نحو اليمين..

ورغم أن الأرض تتسارع في دورانها حول الشمس فإننا لا نحس بهذا التسارع لسببين، الأول هو أن مقدار هذا التسارع أقل من أن نشعر به، والسبب الثاني أنه حتى لو كان التسارع كبيرا فلن نشعر به وسنشرح هذا لاحقا في الجزء الخاص بالنسبية العامة.

ورغم أن الأرض تدور حول نفسها وتسبب قوى وهمية يمكن رؤية نتائجها مثل تأثير كوريوليس وكذلك تأثيرها على المد والجزر، إلا أنه على المستوى الصغير يمكننا إهمال هذه القوى الوهمية، فلا أحد منا شعر بدوران الأرض أثناء قيادته أو ممارسته حياته اليومية، وبالتالي يمكننا التعامل مع أي نقطة من سطح الأرض على أنها مرجع قصوري.

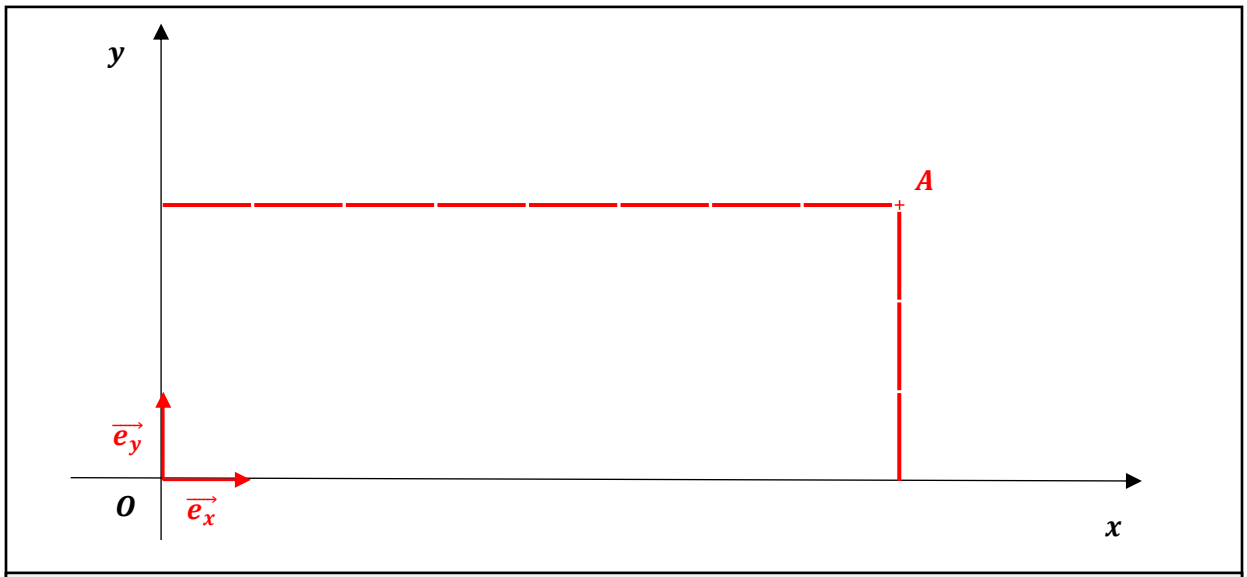
2) الإحداثيات القطبية والديكارتية:

والآن حان الوقت لنستعين بالرياضيات ونتعلم كيف نحدد موقع نقطة ما بالنسبة لنقطة مرجعية في مرجع قصوري، وهذا يقودنا إلى مقدمة في الأشعة.

الأشعة كائنات رياضية تتكون من جزئين رئيسيين هما: المقدار (الشدة)، والاتجاه...

فمثلا لو أخبرتني أنك تسير بسرعة 40 كلم في الساعة، فإن معلومتك ستكون غير كافية، لأنني أحتاج كذلك لمعرفة بأي اتجاه تسير، ولهذا السبب أصبح المقدار العددي (السلمي) وحده غير كاف واحتجنا لاستخدام الأشعة.

الآن لنفترض أنك موجود في النقطة A، والمسجد الذي اتخذناه مبدآ هو النقطة O، نرسم موقعك بالنسبة للمسجد في معلم متعامد ومتجانس مبدؤه النقطة O كما يتضح في الوثيقة (1-2-1):



وثيقة (1-2-1): موقعك بالنسبة للمسجد

تسمى الأشعة $\overrightarrow{e_x}$ و $\overrightarrow{e_y}$ بأشعة الوحدة، وهي الأشعة التي نكتب بدلالتها جميع الأشعة في المعلم، على سبيل المثال، كما تظهر الوثيقة، فالنقطة A تبعد عن المركز O بثمان وحدات في الاتجاه x وثلاث وحدات في الاتجاه y ونكتب:

$$\overrightarrow{OA} = 8\overrightarrow{e_x} + 3\overrightarrow{e_y} \qquad (1.2.A1)$$

يمكننا كذلك كتابة الشعاع على الشكل التالي:

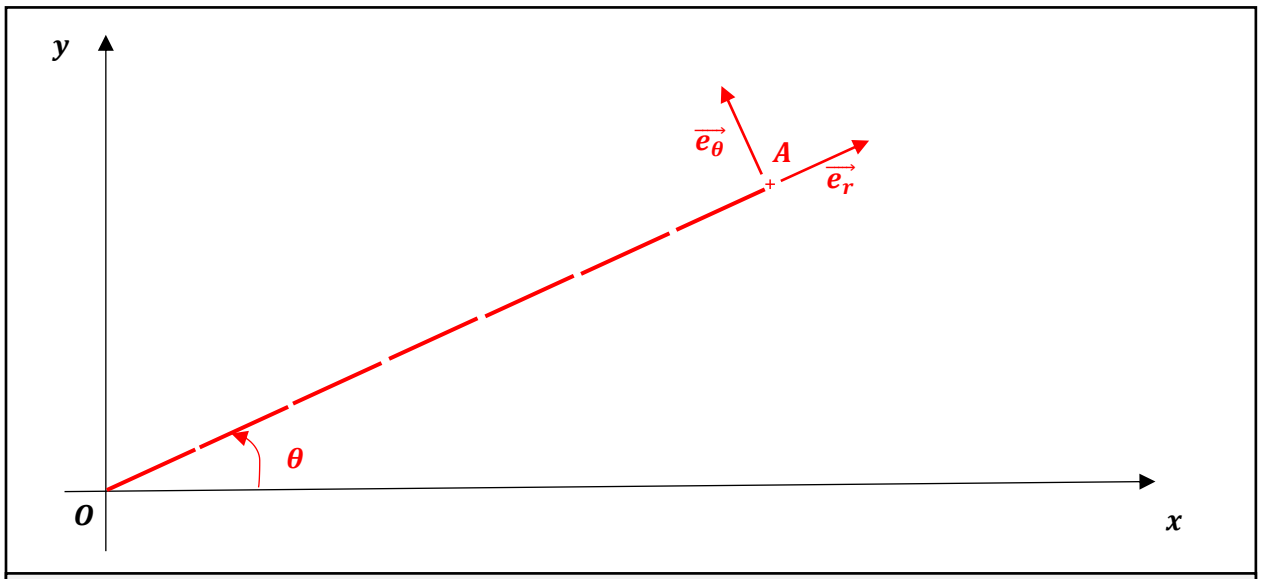
$$\overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad (1.2.A2)$$

نسمي 8 و3 بمركّبات الشعاع، لأن جميع الأشعة في هذا المعلم تتركب من مضروب كل مُركّبة في شعاع الوحدة الذي يرافقها.

يسمى نظام الإحداثيات السابق بالإحداثيات الديكارتية.

توجد طريقة أخرى تمكننا من وصف موقع النقطة A وتعتمد على نظام احداثيات مختلف، يسمى بالإحداثيات القطبية.

ولتحديد موقع نقطة من خلال هذا النظام نحتاج معرفة بعد النقطة A عن المبدأ، وكذلك الزاوية التي يشكلها الشعاع $\overrightarrow{OA}$ مع المحور Ox، كما تبين الوثيقة (1-2-2):



وثيقة (1-2-2): موقعك بالنسبة للمسجد (الإحداثيات القطبية)

ومن خلال الوثيقة يمكننا بسهولة ملاحظة أن المسافة بين النقطة O والنقطة A هي سبع وحدات بالاتجاه المباشر، ونكتب:

$$\overrightarrow{OA} = 7\overrightarrow{e_r} \qquad (1.2.B1)$$

أو:

$$\overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (1.2.B2)$$

لاحظ أن شدة أي شعاع لا تتعلق بنظام الإحداثيات الذي ندرسه بها، فلو أن هناك مبنى يبعد عنك 100 متر، فسواء حسبت بعده باستخدام نظام الإحداثيات القطبية أو حتى الديكارتية، فبعده عنك يبقى 100 متر.

3) التحويلات بين الإحداثيات ومصفوفة جاكوبي:

لنخرج قليلا عن مثالنا ولنحاول تجريد الأمور، تعرفنا فيما سبق على طريقتين لوصف موقع نقطة معينة في مرجع غاليلي:

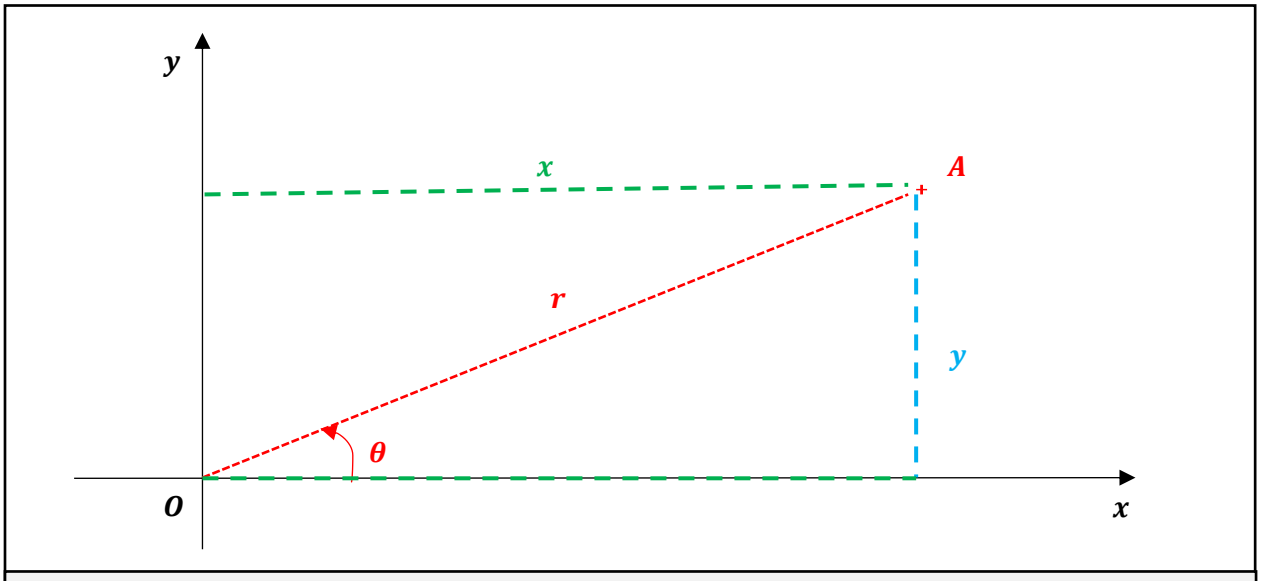
الطريقة الأولى تعتمد على مركبتي النقطة على المحورين Ox وOy.

والطريقة الثانية تعتمد على المسافة r بين المبدأ والنقطة، وكذلك على الزاوية θ التي يصنعها شعاع موقع هذه النقطة مع المحور Ox.

تخيل أنني أعطيتك المسافة r وكذلك الزاوية θ، وطلبت منك أن تعطيني مركبتي هذه النقطة على المحورين Ox وOy، أو العكس، يمكنني أن أعطيك مركبتي النقطة، ثم أطلب منك إعطائي المسافة r والزاوية θ...

هذه العملية تسمى بعملية التحويل بين الإحداثيات المختلفة، وحتى نفهم كيف يتم التحويل، لنقم أولا بالتحويل من الإحداثيات القطبية إلى الإحداثيات الديكارتية، ثم نقوم بالعكس.

أولا: التحويل من الإحداثيات الديكارتية إلى الإحداثيات القطبية:



وثيقة (1-3-1): التحويل بين الإحداثيات القطبية والديكارتية

لاحظ من الوثيقة (1-3-1) أنه بالإسقاط، يمكننا بسهولة أن نلاحظ أن هناك مثلثا قائما، وبالتالي يمكننا تطبيق علاقة فيثاغورس: "مربع وتر المثلث القائم يساوي مجموع مربعي الضلعين الآخرين"، فنكتب:

$$r^2 = x^2 + y^2$$

إذن:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \qquad (1.3.A1)$$

بالنسبة للزاوية θ، نعلم أن ظل الزاوية يساوي طول الضلع المقابل لهذه الزاوية مقسوما على طول الضلع المجاور، ونكتب:

$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$

إذن:

$$\theta = \arctan\frac{y}{x} \qquad (1.3.A2)$$

نجد أخيرا:

$$\begin{cases} \boldsymbol{r = \sqrt{x^2 + y^2}} \\ \boldsymbol{\theta = \arctan\frac{y}{x}} \end{cases} \qquad (1.3.A)$$

ثانيا: التحويل من الإحداثيات القطبية إلى الإحداثيات الديكارتية:

بالعودة إلى الوثيقة (1-3-1)، نعلم أن جيب أي زاوية يساوي طول الضلع المجاور لتلك الزاوية مقسوما على طول الوتر، إذن بالنسبة للزاوية θ لدينا:

$$\cos\theta = \frac{x}{r}$$

إذن:

$$x = r\cos\theta \qquad (1.3.B1)$$

نعلم أيضا أن جيب تمام أي زاوية هو طول الضلع المقابل للزاوية مقسوما على طول الوتر، وبالتالي:

$$sin\,\theta = \frac{y}{r}$$

إذن:

$$y = r\sin\theta \qquad (1.3.B2)$$

وبالتالي أصبح بإمكاننا التحويل من الإحداثيات القطبية إلى الديكارتية كما يلي:

$$\begin{cases} \boldsymbol{x = r\cos\theta} \\ \boldsymbol{y = r\sin\theta} \end{cases} \qquad (1.3.B)$$

بهذا نكون قد تمكنا من تحويل مركبات نقطة من الإحداثيات القطبية إلى الإحداثيات الديكارتية والعكس، لكن ماذا عن أشعة الوحدة؟

ماذا لو أردنا كتابة أشعة الوحدة في الإحداثيات القطبية بدلالة أشعة الوحدة في الإحداثيات الديكارتية؟

بعبارة أخرى، نحن نريد معرفة مركبات الشعاع $\overrightarrow{e_r}$ بدلالة $\overrightarrow{e_x}$ و$\overrightarrow{e_y}$، وكذلك بالنسبة للشعاع $\overrightarrow{e_\theta}$.

حتى نتمكن من التحويل، يجب أن نمر على بعض التعريفات.

أولا، من أجل أي شعاع، فإن التفاضل الجزئي لهذا الشعاع بالنسبة لـ x وy يعطينا أشعة الوحدة في الإحداثيات الديكارتية، ونكتب:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \vec{A}}{\partial x} = \overrightarrow{e_x} \\ \dfrac{\partial \vec{A}}{\partial y} = \overrightarrow{e_y} \end{cases} \qquad (1.3.C1)$$

ثانيا، التفاضل الجزئي لأي شعاع بالنسبة لـ r أو θ يعطينا $\overrightarrow{e_r}$، $r\overrightarrow{e_\theta}$، على الترتيب إذن:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \vec{A}}{\partial r} = \overrightarrow{e_r} \\ \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial \vec{A}}{\partial \theta} = \overrightarrow{e_\theta} \end{cases} \qquad (1.3.C2)$$

ثالثا، يمكننا من خلال القاعدة (Multi-variable chain rule) كتابة أشعة الوحدة من الشكل التالي:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \vec{A}}{\partial r} = \dfrac{\partial x}{\partial r}\dfrac{\partial \vec{A}}{\partial x} + \dfrac{\partial y}{\partial r}\dfrac{\partial \vec{A}}{\partial y} \\ \dfrac{\partial \vec{A}}{\partial \theta} = \dfrac{\partial x}{\partial \theta}\dfrac{\partial \vec{A}}{\partial x} + \dfrac{\partial y}{\partial \theta}\dfrac{\partial \vec{A}}{\partial y} \end{cases} \qquad (1.3.D1)$$

إذن:

$$\begin{cases} \overrightarrow{e_r} = \dfrac{\partial x}{\partial r}\overrightarrow{e_x} + \dfrac{\partial y}{\partial r}\overrightarrow{e_y} \\ \overrightarrow{e_\theta} = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial x}{\partial \theta}\overrightarrow{e_x} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial y}{\partial \theta}\overrightarrow{e_y} \end{cases} \qquad (1.3.D2)$$

لو قمنا بنفس الخطوات من أجل التحويلات العكسية، فسنجد:

$$\begin{cases} \overrightarrow{e_x} = \dfrac{\partial \vec{A}}{\partial x} = \dfrac{\partial r}{\partial x}\dfrac{\partial \vec{A}}{\partial r} + \dfrac{\partial \theta}{\partial x}\dfrac{\partial \vec{A}}{\partial \theta} \\ \overrightarrow{e_y} = \dfrac{\partial \vec{A}}{\partial y} = \dfrac{\partial r}{\partial y}\dfrac{\partial \vec{A}}{\partial r} + \dfrac{\partial \theta}{\partial y}\dfrac{\partial \vec{A}}{\partial \theta} \end{cases} \qquad (1.3.E1)$$

إذن:

$$\begin{cases} \overrightarrow{e_x} = \dfrac{\partial r}{\partial x}\overrightarrow{e_r} + r\dfrac{\partial \theta}{\partial x}\overrightarrow{e_\theta} \\ \overrightarrow{e_y} = \dfrac{\partial r}{\partial y}\overrightarrow{e_r} + r\dfrac{\partial \theta}{\partial y}\overrightarrow{e_\theta} \end{cases} \qquad (1.3.\text{E2})$$

للتبسيط، يمكننا كتابة (1.3. D2) من الشكل التالي:

$$\begin{pmatrix} \overrightarrow{e_r} \\ \overrightarrow{e_\theta} \end{pmatrix} = \hat{J}\begin{pmatrix} \overrightarrow{e_x} \\ \overrightarrow{e_y} \end{pmatrix} \qquad (1.3.\text{D})$$

بالنسبة لـ (1.3. E2) فنكتبها بالشكل التالي:

$$\begin{pmatrix} \overrightarrow{e_x} \\ \overrightarrow{e_y} \end{pmatrix} = \widehat{J^{-1}}\begin{pmatrix} \overrightarrow{e_r} \\ \overrightarrow{e_y} \end{pmatrix} \qquad (1.3.\text{E})$$

بحيث $\hat{J}$ هي مصفوفة جاكوبي للتحويل بين أشعة الوحدة، و$\widehat{J^{-1}}$ هي المصفوفة العكسية لمصفوفة جاكوبي ونكتبهما كما يلي:

$$\hat{J} = \begin{pmatrix} \dfrac{dx}{dr} & \dfrac{dy}{dr} \\ \dfrac{1}{r}\dfrac{dx}{d\theta} & \dfrac{1}{r}\dfrac{dy}{d\theta} \end{pmatrix} \qquad (1.3.\text{F1})$$

$$\widehat{J^{-1}} = \begin{pmatrix} \dfrac{dr}{dx} & r\dfrac{d\theta}{dx} \\ \dfrac{dr}{dy} & r\dfrac{d\theta}{dy} \end{pmatrix} \qquad (1.3.\text{F2})$$

من خلال (1.3. A) و(1.3. B) نجد:

$$\hat{J} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \qquad (1.3.\text{G1})$$

$$\widehat{J^{-1}} = \begin{pmatrix} \dfrac{x}{r} & -\dfrac{y}{r} \\ \dfrac{y}{r} & \dfrac{x}{r} \end{pmatrix} \qquad (1.3.\text{G2})$$

يمكنك أن تلاحظ أن:

$$\hat{J} \times \widehat{J^{-1}} = \hat{I} \qquad (1.3.\text{H1})$$

وبالتالي:

$$\left(\hat{J}\right)^{-1} = \widehat{J^{-1}} \qquad (1.3.\text{H2})$$

والنتيجة من كل ما سبق أنه بإمكاننا التحويل بين أشعة الوحدة لإحداثيان مختلفان من خلال مصفوفة جاكوبي، وبتعمقنا في النسبية الخاصة سنجد أننا سنحتاج كثيرا إلى هذه المصفوفة.

4) السرعة والتسارع:

بعد أن عرفنا شعاع الموضع ونظم الإحداثيات المشهورة والتحويل بينها، نأتي الآن لنعرف مقادير أخرى، فكما نعلم كل شيء يتحرك، وبالتالي نحتاج لمقادير فيزيائية تصف لنا حركة الأجسام بدقة، وحتى يتم ذلك، يجب أن نعرّف الحركة، وكما هو معلوم: الحركة هي تغير في موقع الجسم بمرور الزمن، والسرعة هي المقدار الفيزيائي الذي يمكننا من وصف هذه الحركة ودراستها...

شعاع السرعة:

السرعة هي مقدار التغير في الموضع بمرور الوقت، لنفترض أنك في اللحظة $t = 0$ كنت في النقطة A، بعد ثانية واحدة تحركت بمسافة متر واحد، بعد ثانية أخرى تحركت مجددا بمسافة متر واحد وبنفس الاتجاه ... في هذه الحالة نقول: إن سرعتك تساوي مقدار التغير في المسافة مقسوما على مقدار التغير في الزمن، ونكتب:

$$v_M = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t} = \frac{1(m)}{1(s)} = 1\ (m \cdot s^{-1}) \qquad (1.4.\text{A})$$

هذه العلاقة تمكننا من معرفة مقدار السرعة المتوسطة التي قطع فيها الشخص المسافة بين نقطتين محددتين x_1 و x_2، وخلال مدة زمنية محددة Δt، لكنها لا تعطينا سرعة هذا الشخص في كل لحظة، لهذا فالعلاقة الأشمل والتي تعطينا السرعة اللحظية تعرف على أنها تفاضل الموضع بالنسبة للزمن، ونكتب:

$$v = \frac{dx}{dt} \qquad (1.4.\text{B}')$$

كما ذكرنا سابقا، السرعة والموضع مقداران شعاعيان، لذلك فإن شعاع السرعة اللحظية يعطى كما يلي:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \qquad (1.4.\text{B})$$

في الإحداثيات الديكارتية، اشتقاق شعاع السرعة سهل وذلك لأن أشعة الوحدة التي يتركب منها شعاع السرعة هي بالفعل أشعة ثابتة ولا تتغير بمرور الزمن، أي:

$$\frac{d\overrightarrow{e_x}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{e_y}}{dt} = 0 \qquad (1.4.\text{C})$$

وبالتالي، يمكننا كتابة شعاع السرعة كما يلي:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(x\overrightarrow{e_x} + y\overrightarrow{e_y}\right) \qquad (1.4.\,D1)$$

من خلال خواص الاشتقاق، يمكننا كتابة العبارة السابقة كما يلي:

$$\vec{v} = \left(\frac{dx}{dt}\overrightarrow{e_x} + x\frac{d\overrightarrow{e_x}}{dt}\right) + \left(\frac{dy}{dt}\overrightarrow{e_y} + y\frac{d\overrightarrow{e_y}}{dt}\right) \qquad (1.4.\,D2)$$

باستخدام $(1.4.\,C)$ نجد:

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt}\overrightarrow{e_x} + \frac{dy}{dt}\overrightarrow{e_y} \qquad (1.4.\,D')$$

إذن فقد أثبتنا أن شعاع السرعة في الإحداثيات الديكارتية يكتب بالشكل التالي:

$$\boldsymbol{\vec{v} = \dot{x}\overrightarrow{e_x} + \dot{y}\overrightarrow{e_y}} \qquad (1.4.\,D)$$

حيث تمثل كلا من $\dot{x}$ و$\dot{y}$ السرعة الخطية للنقطة المدروسة على كل من المحورين Ox وOy على الترتيب.

ملحوظة هامة: تمثل النقطة فوق المتغير على أنها تفاضل ذلك المتغير بالنسبة للزمن، أي:

$$\boldsymbol{\frac{dA}{dt} = \dot{A} \quad ; \quad \frac{d^2A}{dt^2} = \ddot{A}}$$

أما بالنسبة لما يتعلق بالإحداثيات القطبية، فكما نعلم، اتجاه شعاع الوحدة $\overrightarrow{e_r}$ يتعلق بموقع النقطة، وكذلك الشعاع $\overrightarrow{e_\theta}$، فأي تغيير في موقع النقطة يغير بالضرورة معه كلا من الشعاعين السابقين، وبالتالي فقبل كتابة شعاع السرعة في الإحداثيات القطبية يجب أولا أن نعرف كيف تتغير أشعة الوحدة بالنسبة للزمن.

رأينا فيما سبق مصفوفة جاكوبي للتحويل بين الإحداثيات، ومن خلالها عرفنا أن:

$$\begin{cases} \overrightarrow{e_r} = \cos\theta\,\overrightarrow{e_x} + \sin\theta\,\overrightarrow{e_y} \\ \overrightarrow{e_\theta} = -\sin\theta\,\overrightarrow{e_x} + \cos\theta\,\overrightarrow{e_y} \end{cases} \qquad (1.4.\,E')$$

وكل ما علينا الآن هو حساب تفاضل العبارتين السابقتين بالنسبة للزمن ثم التبسيط لنجد:

$$\boldsymbol{\begin{cases} \dot{\overrightarrow{e_r}} = \dot{\theta}\overrightarrow{e_\theta} \\ \dot{\overrightarrow{e_\theta}} = -\dot{\theta}\overrightarrow{e_r} \end{cases}} \qquad (1.4.\,E)$$

والآن، لنقم بحساب شعاع السرعة لنقطة في الإحداثيات القطبية، نقوم بتطبيق خواص التفاضل لنجد:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(r\overrightarrow{e_r}) = \dot{r}\overrightarrow{e_r} + r\dot{\overrightarrow{e_r}} \qquad (1.4.\,F1)$$

باستخدام (1.4. E) نجد:

$$\vec{v} = \dot{r}\vec{e_r} + r\dot{\theta}\vec{e_\theta} \qquad (1.4.\text{F})$$

حيث $\dot{\theta}$ هي السرعة الزاوية للنقطة المدروسة، و $\dot{r}$ تمثل سرعته الخطية.

شعاع التسارع:

ننتقل الآن لنعرف شعاع التسارع، وهو بكل بساطة يعبر عن مقدار التغير في السرعة بمرور الزمن، فلو ركبت سيارتك ذات مرة وراقبت عداد السرعة، فستجد أنه أحيانا يتغير، ذلك التغير هو ما نسميه بالتسارع، على سبيل المثال، لو ركبت سيارة تسير بسرعة 10 كلم في الساعة، ثم بعد ثانية أصبحت سرعتها 20 كلم في الساعة، وبعد ثانية أخرى أصبحت سرعتها 30 كلم في الساعة.. وهكذا، هنا نقول: إن السيارة تتسارع بـ 10 كلم في الساعة كل ثانية.

نعبر عن التسارع على أنه مشتقة السرعة بالنسبة للزمن، ونكتب:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \qquad (1.4.\text{G})$$

وحدة التسارع هي $(m \cdot s^{-2})$.

لو قمنا بحساب التفاضل على كل من الإحداثيات القطبية والديكارتية فسنجد أن عبارة التسارع كما يلي:

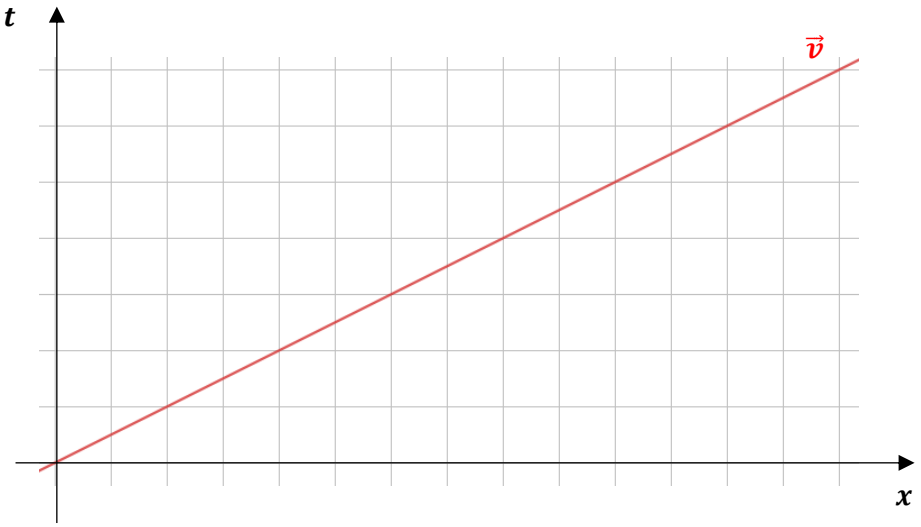
$$\vec{a} = \begin{cases} \ddot{x}\vec{e_x} + \ddot{y}\vec{e_y} \\ (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{e_r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\vec{e_\theta} \end{cases} \qquad (1.4.\text{H})$$

5) أنواع الحركة:

رأينا فيما سبق كلا من شعاعي السرعة والتسارع، والآن حان الوقت للتعرف على أنواع الحركة.

أولا: الحركة المستقيمة المنتظمة: وهي أبسط شكل من أشكال الحركة، حيث يتحرك الجسم المدروس بشكل مباشر نحو اتجاه محدد دون أن يغيره، هذا النوع من الحركة يتحقق من أجل سرعة ثابتة وغير متغيرة بالنسبة للزمن، وبالتالي تسارع معدوم، ونكتب:

$$a = 0 \qquad (1.5.\text{A})$$



وثيقة (1-5-1): الحركة المستقيمة المنتظمة (تمثيل الموقع بتغير الزمن)

ثانيا: الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام: وهنا تصبح سرعة الجسم متغيرة، في هذا النوع من السرعة يكون شعاع التسارع على نفس الحامل مع شعاع السرعة، أي:

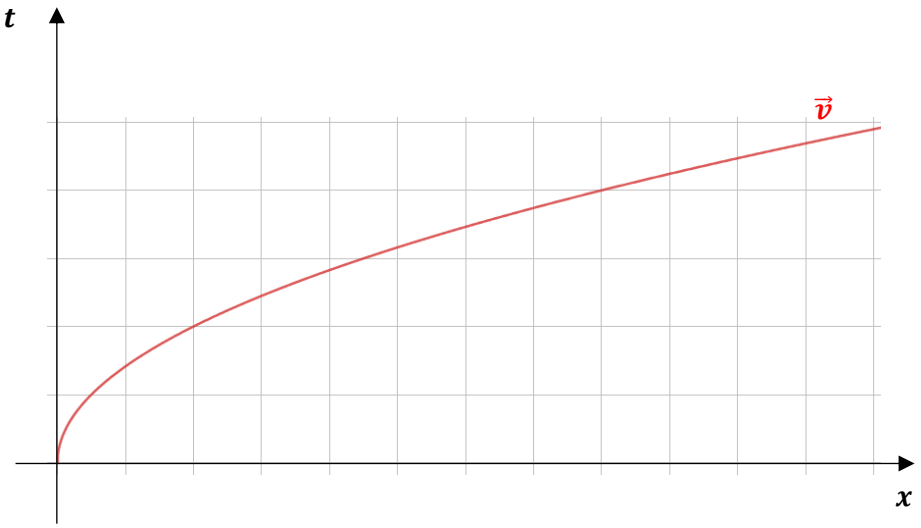
$$\vec{a} \times \vec{v} = 0 \qquad (1.5.B)$$

ونميز حالتين:

إذا كان للتسارع نفس إشارة السرعة، نقول إن الجسم يتسارع، وإن كانا متعاكسين في الإشارة نقول بأن الجسم يتباطأ.

إذن، يتسارع الجسم إذا كان:

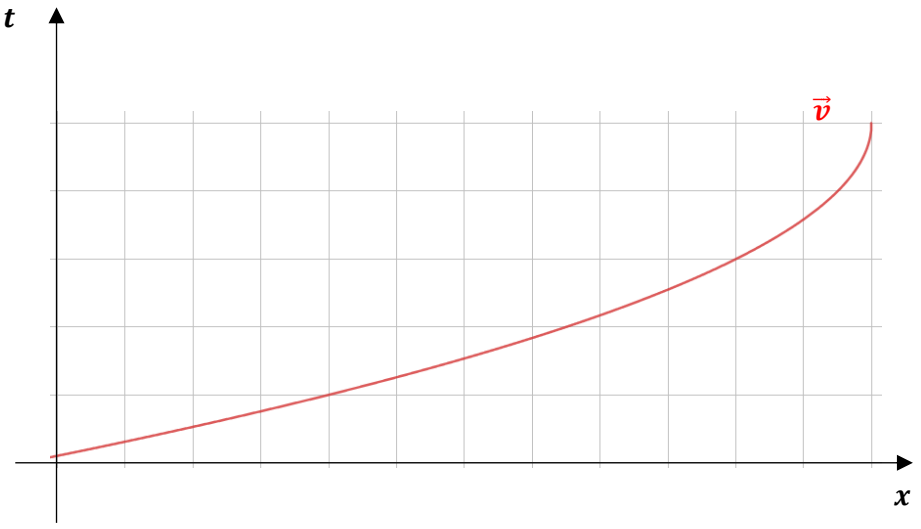
$$\vec{a} \cdot \vec{v} > 0 \qquad (1.5.B1)$$



وثيقة (1-5-2): الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام (تسارع)

ونقول عنه أنه يتباطأ إذا كان:

$$\vec{a} \cdot \vec{v} < 0 \qquad (1.5.B2)$$



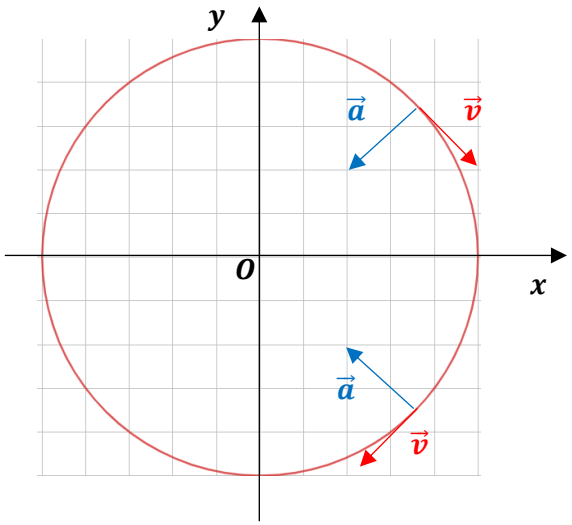
وثيقة (1-5-3): الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام (تباطؤ)

ثالثا: الحركة الدورانية المنتظمة: وهنا حيث يتحرك الجسم المدروس حركة دورانية حول نقطة معينة، بحيث يحافظ الجسم على نفس سرعته، ويحافظ كذلك على المسافة بينه وبين النقطة التي يدور حولها، في هذا النوع من الحركة، رغم أن السرعة ثابتة، إلا أن التسارع ليس معدوما! وإنما

يوجد ما يسمى بشعاع التسارع الناظمي، وهو شعاع عمودي على شعاع السرعة، أي:

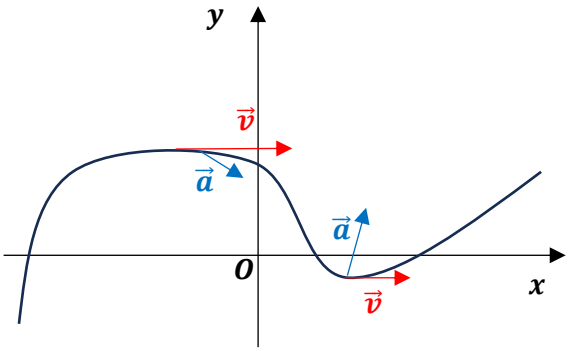
$$\vec{a} \cdot \vec{v} = 0 \qquad (1.5.C)$$

وكما نلاحظ في الوثيقة (1-5-4) فإن شعاع السرعة يكون دائما **مماسيا** للمسار، أما شعاع التسارع فهو دائما **عمودي** عليه، وبما أن المسار دائري، فإن شعاع التسارع سيكون متجها نحو المركز.



وثيقة (1-5-4): الحركة الدورانية المنتظمة

رابعا: الحركة المنحنية: وهذه هي الحالة العامة للحركة، وجميع الحركات السابقة ماهي إلا حالات خاصة من الحركة المنحنية.

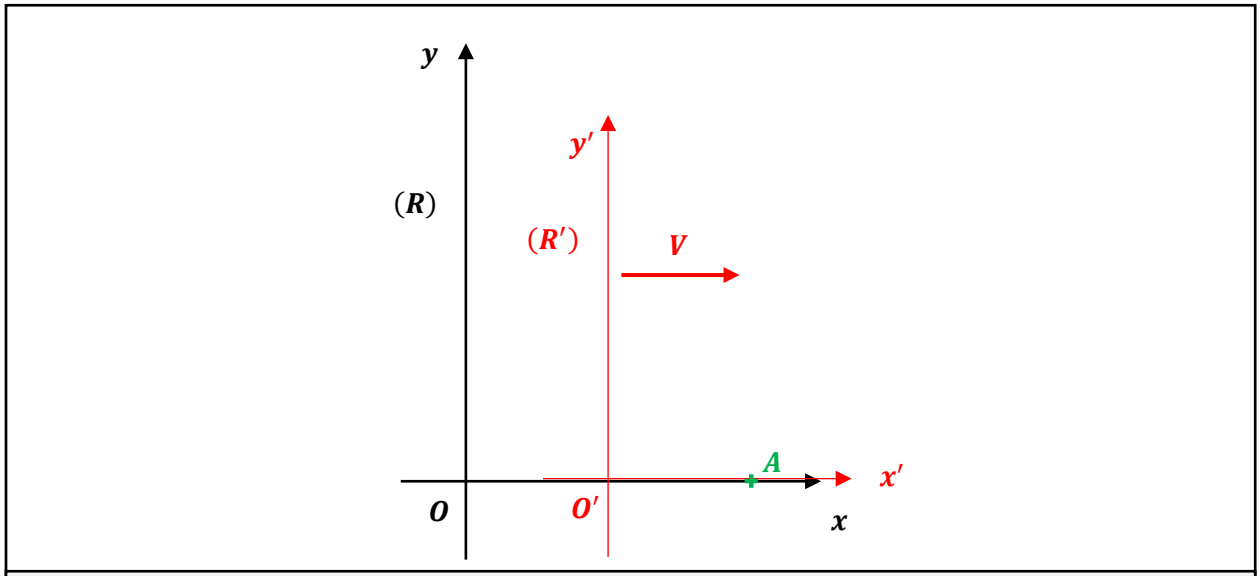


وثيقة (1-5-5): الحركة المنحنية

6) التحويلات الغاليلية:

تخيل أنك جالس في محطة القطار، يمر القطار بما يحمله من ركاب، ومن بين هؤلاء الركاب لاحظت صديقا لك، قمت بسرعة بالاتصال به، سألته عما يراه أمامه، فأخبرك أنه يرى الركاب وهم ساكنون في أماكنهم لا يتحركون، ولكن الواقع أنك تنظر إلى الركاب وهم يتحركون مع القطار بنفس سرعته، فهل صديقك يكذب عليك؟ طبعا لا! ولكن الحقيقة أنك تدرس حركة الركاب بالنسبة لمرجعك وهو محطة القطار، بينما صديقك يدرس حركتهم بالنسبة لمرجعه المتمثل في القطار، وهنا تصبح حركتهم نسبية، وهذه هي نسبية نيوتن التي ندرسها في هذا الفصل.. نسبية الحركة.

لنقم بتمثيل المثال السابق في معلمين، أحدهما يمثل محطة القطار، والآخر يسير بسرعة $\boldsymbol{V}$ ويمثل مرجع القطار، نسمي المعلم الأول بـ $\boldsymbol{R}$، ونسمي المعلم الثاني بـ $\boldsymbol{R'}$ كما تمثل الوثيقة (6-1-1):



وثيقة (6-1-1): المعلمين R و R'

لنقل إنك تجلس في النقطة $\boldsymbol{O}$، وموقع صديقك تمثله النقطة $\boldsymbol{O'}$، في اللحظة $t = 0$ تكون النقطتان $\boldsymbol{O}$ و $\boldsymbol{O'}$ منطبقتان... لو أردنا دراسة موقع الراكب $\boldsymbol{A}$ بالنسبة لصديقك، فبكل سهولة نقول أن:

$$O'A = x' \qquad (1.6.A1)$$

حيث x' تمثل المسافة بين $\boldsymbol{O'}$ و $\boldsymbol{A}$.

لكن ماذا عما يراه صديقك من داخل القطار؟

في هذه الحالة سيتغير موقع النقطة $\boldsymbol{A}$ باستمرار بالنسبة لك، فعند اللحظة $t = 0$، رأينا أن النقطتين $\boldsymbol{O}$ و $\boldsymbol{O'}$ منطبقتان، وبالتالي فكلاكما يبعد عن الراكب $\boldsymbol{A}$ بنفس المسافة x'، لكن ماذا بعد ثانية واحدة؟ بعد ثانية واحدة سيتحرك الراكب $\boldsymbol{A}$ مبتعدا عنك بمسافة مقدارها سرعة القطار v مضروبة في ثانية واحدة، بعد ثانية أخرى سيبتعد عنك مجددا بنفس المسافة، فنقول: إن موقع الراكب $\boldsymbol{A}$ بالنسبة لك يساوي المسافة

x' مضافا إليها سرعة القطار v مضروبة في الزمن t، ونكتب:

$$OA = x = Vt + x' \qquad (1.6.A2)$$

وبهذا نكون قد حصلنا على ما يسمى بالتحويلات الغاليلية، حيث قمنا بالتحويل من مرجع المحطة إلى مرجع القطار.

بصفة عامة نكتب التحويلات الغاليلية في بعد واحد كما يلي:

$$\begin{cases} t' = t \\ x' = -Vt + x \end{cases} \qquad (1.6.B')$$

حيث تخبرنا المعادلة الأولى بأن الزمن يمر على الشخصين الثابت والمتحرك بنفس الوتيرة ولا وجود لفرق بينهما، أما المعادلة الثانية فهي معادلة التحويل التي اشتققناها سابقا، يمكننا كتابة معادلات التحويل على شك مصفوفة كما يلي:

$$\begin{pmatrix} t' \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -V & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ x \end{pmatrix} \qquad (1.6.B)$$

الآن، ماذا لو أردنا معرفة التحويلات العكسية؟، فالتحويلات السابقة تسمح لنا بالانتقال من مرجع الشخص الثابت نحو مرجع الشخص المتحرك، أو بعبارة أخرى، تخبرنا بما يراه الشخص المتحرك انطلاقا مما يراه الشخص الثابت، ماذا لو أردنا أن نعرف ما يراه الشخص الثابت انطلاقا مما يراه المتحرك؟

في هذه الحالة نقوم بالتحويلات العكسية، مبدئيا يجب أن نفهم جيدا مبدأ نسبية الحركة، أي شخص متحرك سيرى نفسه ثابتا ويرى المحيط حوله هو المتحرك في الاتجاه المعاكس، وبالتالي، إن كنت تراني أسير نحو الشمال بسرعة، فبالتأكيد أنا أراك تسير نحو الجنوب بنفس السرعة، هذا يعني أن معادلات التحويل السابقة لن تتغير، كل ما سيتغير فيها هو إشارة السرعة V وبالتالي تصبح التحويلات العكسية كما يلي:

$$\begin{cases} t = t' \\ x = Vt' + x' \end{cases} \qquad (1.6.C')$$

أو:

$$\begin{pmatrix} t \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ V & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t' \\ x' \end{pmatrix} \qquad (1.6.C)$$

7) تحويلات السرعة:

لنحصل على تحويلات السرعة، كل ما علينا هو العودة إلى تعريف السرعة الذي ذكرناه في الفصل السابق، السرعة ببساطة هي تفاضل المسافة بالنسبة للزمن، ونكتب:

$$v = \frac{dx}{dt} \qquad (1.7.\mathrm{A1})$$

$$v' = \frac{dx'}{dt'} \qquad (1.7.\mathrm{A2})$$

حتى نحصل على تحويلات السرعة لنتخيل ما يلي: الراكب الذي كنا نراقبه وقف من مكانه وبدأ يسير بسرعة v بالنسبة لك، ولكن بما أن القطار متحرك فسرعته بالنسبة لصديقك ستكون مختلفة، وسنسميها v'. الهدف من تحويلات السرعة هي الحصول على علاقة بين سرعة هذا الراكب بالنسبة لك v، وسرعته بالنسبة لصديقك v'، ولفعل ذلك نقوم بالخطوات التالية:

نعلم أن:

$$x' = x - Vt \qquad (1.7.\mathrm{B})$$

نشتق الطرفين بالنسبة للزمن:

$$\frac{d}{dt}(x') = \frac{d}{dt}(x - Vt)$$

$$\frac{dx'}{dt} = \frac{dx}{dt} - \frac{d}{dt}(Vt)$$

نعلم أن V هو مقدار ثابت لا يتغير بالنسبة للزمن، وبالتالي يمكننا كتابة ما يلي:

$$\frac{d}{dt}(Vt) = V\frac{dt}{dt} = V \qquad (1.7.\mathrm{A3})$$

بتعويض كل الأطراف باستخدام كل من $(1.7.\mathrm{A1})$، $(1.7.\mathrm{A2})$ و$(1.7.\mathrm{A3})$ نجد:

$$\boldsymbol{v' = v - V} \qquad (1.7.\mathrm{C})$$

تسمى هذه العلاقة بقانون جمع السرعات، وتعني أن سرعة الراكب بالنسبة لك تساوي سرعته بالنسبة لصديقك مطروحا منها سرعة القطار.

للحصول على العلاقة العكسية فبكل بساطة نقلب إشارة سرعة القطار لنجد:

$$\boldsymbol{v = v' + V} \qquad (1.7.\mathrm{C}')$$

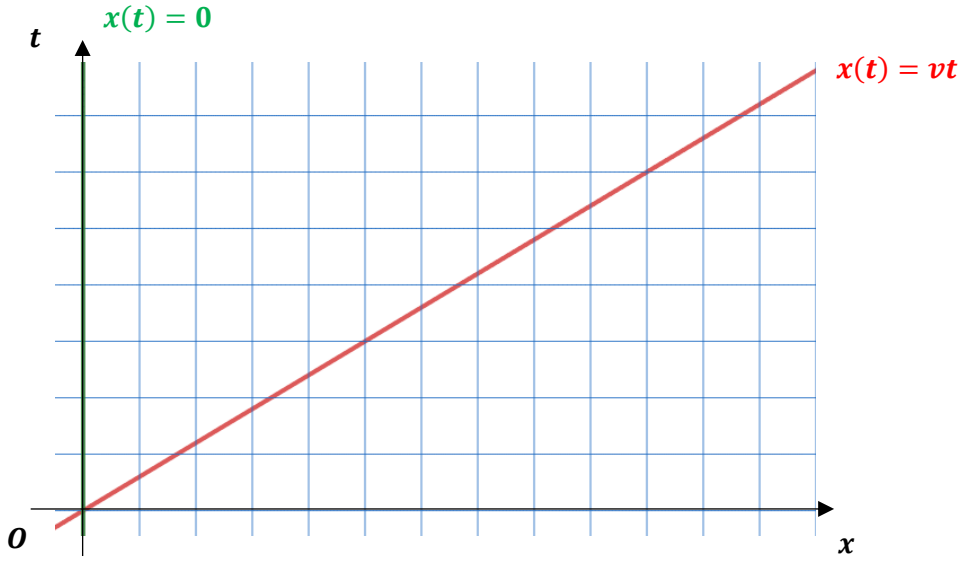
8) هندسة التحويلات الغاليلية:

حتى نفهم هندسيا التحويلات الغاليلية، سنأخذ مثالا عن شخصين أحدهما ثابت والآخر متحرك بسرعة ثابتة، بعدها سندرس العالم كما يراه كل منهما...

لنفترض أنك ثابت، هذا يعني أننا لو مثلنا إحداثياتك المكانية بمرور الزمن، سنجد أنه مهما مر الزمن فإنك ستبقى على نفس النقطة على المحور x.

أما صديقك فهو يسير بسرعة ثابتة v، هذا يعني أن موقعه على المحور x يتغير بالمقدار v كل ثانية.

نمثل إحداثياتكما الزمكانية كما يظهر في الوثيقة (1-8-1):

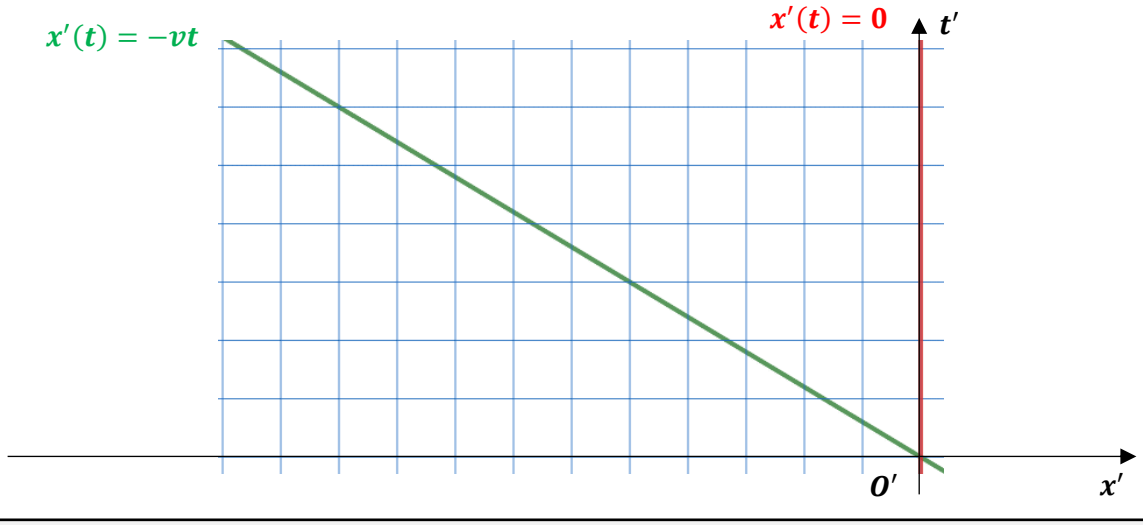


وثيقة (2-3-1): الإحداثيات الزمكانية لشخصين أحدهما ثابت والآخر متحرك (من منظور الشخص الثابت)

بحيث يمثل الخط الأخضر مسارك في المكان بمرور الزمن، ويمثل الخط الأحمر مسار صديقك.

نلاحظ في التمثيل السابق أن مسارك منطبق تماما على محور الزمن، وهذا يعني أنه بالنسبة لك، فأنت تتحرك في الزمن فقط من الماضي نحو المستقبل، لكنك لا تتحرك في المكان..

لكن كما نعلم، فصديقك كذلك، من منظوره الخاص، يرى نفسه ثابتا في المكان، وسيعتقد أنه فقط يتحرك في الزمن من الماضي إلى المستقبل.. وبالتالي فإن احداثياتكما بالنسبة له ستكون كما في الوثيقة (1-8-2):



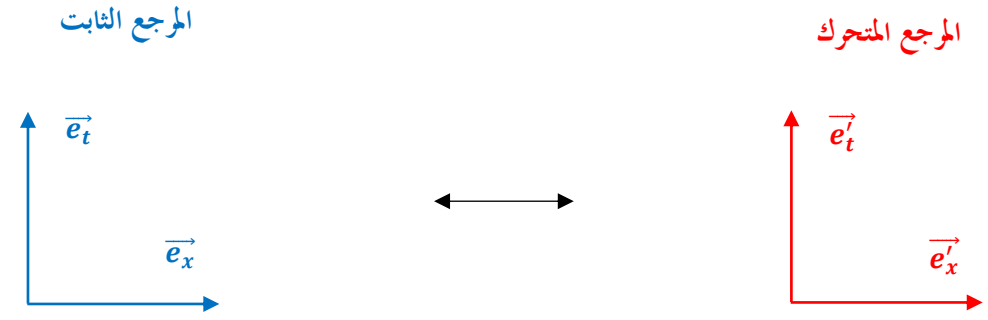
وثيقة (1-8-2): الإحداثيات الزمكانية لشخصين أحدهما ثابت والآخر متحرك (من منظور الشخص المتحرك)

وبهذا فإن كل واحد منكما سيرى الآخر متحركا ويرى نفسه ثابتا!

لكن ماذا لو أردنا التحويل بين الإحداثيات بين المرجعين؟ بعبارة أخرى، نحن نريد أن نمثل أشعة الوحدة للمرجع الثاني بدلالة أشعة الوحدة للمرجع الأول، وهذا يقودنا مجددا إلى كتابة مصفوفة جاكوبي.

مبدئيا، يجب أن نعلم أن لكل مرجع أشعة وحدة خاصة به، وبالتالي، يمكننا كتابة أي شعاع بدلالة أشعة الوحدة التي نريدها.

تمثل الوثيقة (1-8-3) أشعة الوحدة لكل مرجع:



وثيقة (1-8-3): أشعة الوحدة لمرجعين أحدهما ثابت والآخر متحرك

والآن كل ما علينا هو التحويل بين أشعة الوحدة المختلفة.

يمكننا كتابة شعاع السرعة الخطية لجسم متحرك على المحور x بسرعة u بدلالة شعاعي الوحدة $\overrightarrow{e_t}$ و$\overrightarrow{e_x}$ كما يلي:

$$\vec{u} = u_t\overrightarrow{e_t} + u_x\overrightarrow{e_x} \qquad (1.8.A1)$$

حيث تقول العبارة $(1.8.A1)$ أن هذا الجسم يقطع مسافة مقدارها u_x وذلك كلما مر زمن مقداره u_t، باستخدام قاعدة Multivariable chain rule، يمكننا كتابة أشعة الوحدة بالشكل التالي:

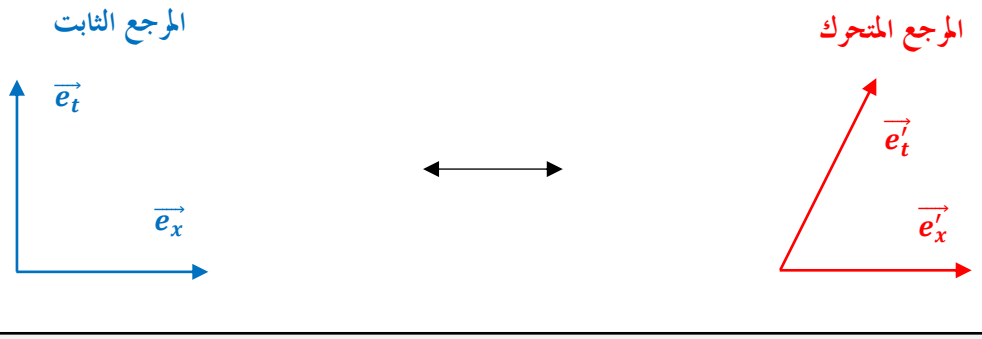
$$\begin{cases} \dfrac{\partial\vec{u}}{\partial t'} = \dfrac{\partial t}{\partial t'}\dfrac{\partial\vec{u}}{\partial t} + \dfrac{\partial x}{\partial t'}\dfrac{\partial\vec{u}}{\partial x} \\ \dfrac{\partial\vec{u}}{\partial x'} = \dfrac{\partial t}{\partial x'}\dfrac{\partial\vec{u}}{\partial t} + \dfrac{\partial x}{\partial x'}\dfrac{\partial\vec{u}}{\partial x} \end{cases} \qquad (1.8.A2)$$

باستخدام $(1.6.C')$ نجد:

$$\begin{cases} \overrightarrow{e_t'} = \overrightarrow{e_t} + v\overrightarrow{e_x} \\ \overrightarrow{e_x'} = \overrightarrow{e_x} \end{cases} \qquad (1.8.A)$$

نلاحظ أن شعاع الوحدة الذي يمثل المسافة لا يتغير بين المرجعين، أما بالنسبة لمحور الزمن، فيبقى بنفس طوله مع ميلان بزاوية محددة تحددها سرعة المرجع المتحرك.

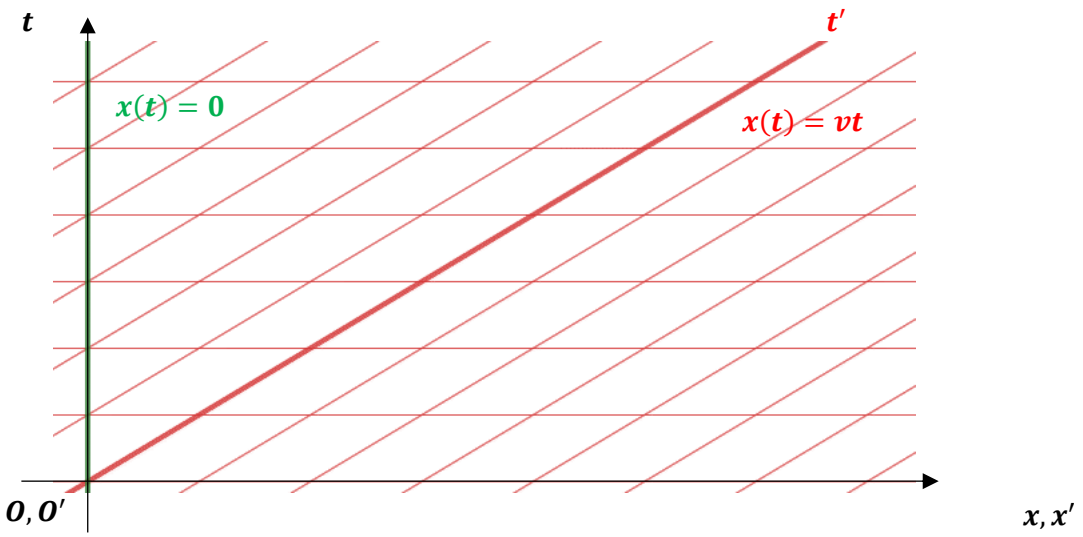
وبالتالي، فأشعة الوحدة للمرجع المتحرك تصبح كما يلي:



وثيقة (1-8-4): أشعة الوحدة لمرجع متحرك بالنسبة لمرجع ثابت

بتمثيل خطوط المرجع الثاني بالنسبة للمرجع الأول في معلم واحد نحصل على ما هو موضح في الوثيقة (1-8-5).

وهنا نرى الخطوط وقد مالت مع محور الزمن المرافق لها، وبهذا نكون قد مثلنا التحويلات الغاليلية هندسيا.



وثيقة (1-8-5): خطوط المرجع المتحرك من منظور الشخص الثابت

هدفنا التالي هو أن نفهم تحويلات السرعة فقط من خلال النظر إلى التمثيلات السابقة، لنفترض أن طائرة مرت بكما في نفس اتجاه سير صديقك، وهي تسير بسرعة كبيرة u...

بالنسبة للشخص الثابت فإن سرعتها ستكون طبعا u، أما بالنسبة للشخص المتحرك فستكون $u' = u - v$ وهذا ما رأيناه في الجزء الخاص بتحويل السرعات.. لكن كيف نفهم كل هذا هندسيا؟

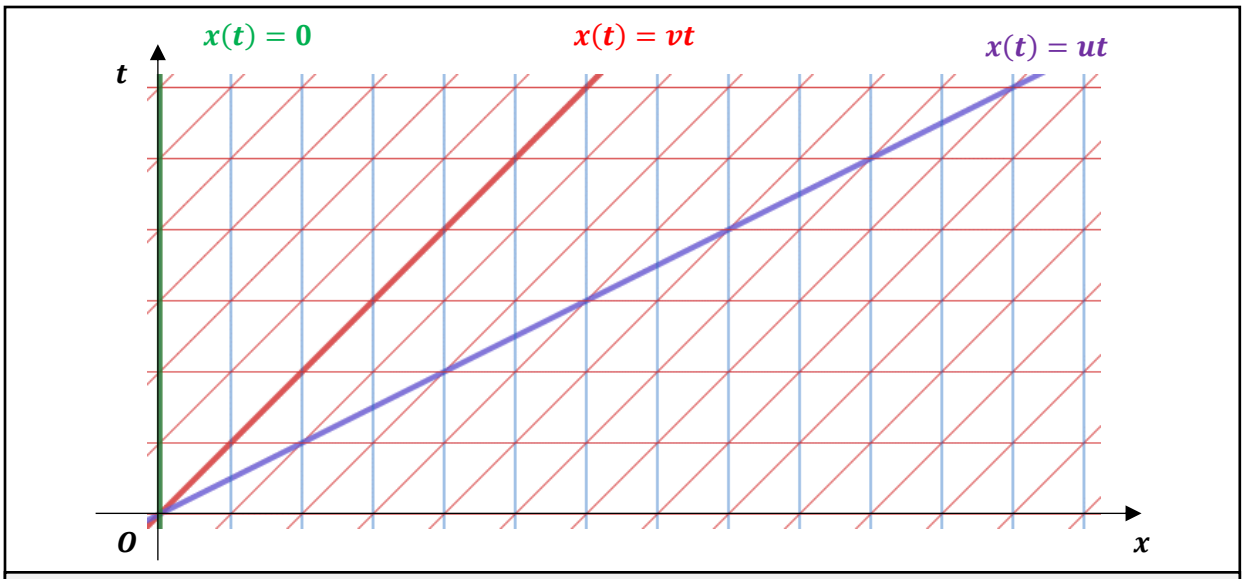
في البداية نحتاج إلى أخذ أرقام بسيطة لتبسيط الفكرة، لنقل إن سرعة القطار تساوي وحدة واحدة $(v = 1)$، أما سرعة الطائرة فإنها ستساوي وحدتين $(u = 2)$.

كل ما سنفعله هو اختيار معلم الشخص الثابت، ثم نقوم برسم خطوط مرجع الشخص المتحرك والشخص الثابت معا بالاعتماد على تحويلات أشعة الوحدة، وبهذا نحصل على التمثيل في الوثيقة (1.8.6).

وكما نرى، فلو أردنا أن نعرف سرعة القطار بالنسبة للشخص الثابت فإننا سنتتبع تمثيله بالنسبة لخطوط مرجع الشخص الثابت الملونة بالأزرق، وكما يتضح في الوثيقة، فالقطار يقطع وحدة واحدة في المسافة كل ثانية.

أما الطائرة، فإنها تقطع وحدتين في المسافة كل ثانية.

والآن لننتقل إلى مرجع الشخص المتحرك ونتتبع خطوط مرجعه الملونة بالأحمر، كما نرى، فإن الطائرة الموضح مسارها باللون البنفسجي تقطع وحدة واحدة كل ثانية، أما الشخص الثابت، فكذلك يقطع وحدة كل ثانية لكن في الاتجاه المعاكس.



وثيقة (1-8-6): الإحداثيات الزمكانية لقطار وطائرة

9) الخلاصة:

في هذا الفصل تعرفنا على المراجع القصورية، وهي المراجع التي لا تتسارع في حركاتها ولا تدور، والتعريف الأشمل أنها المراجع التي لا تتسبب حركتها في قوى وهمية، (في الفصل القادم سنتعرف على تعريف أشمل للمراجع القصورية).

الأشعة هي كائنات رياضية تتكون من **شدة** a **واتجاه** u.

$$\vec{v} = a\vec{u}$$

يمكن أن نعبر عن الأشعة في معلم **بمركبات** و**أشعة وحدة**، حيث يتكون الشعاع من مجموع أشعة الوحدة مضروبة في المركبات المرافقة لها.

$$\vec{v} = a_1\overrightarrow{e_1} + a_2\overrightarrow{e_2} + \cdots + a_n\overrightarrow{e_n}$$

نستخدم الأشعة لوصف المقادير الفيزيائية التي لها شدة واتجاه، كالموقع، السرعة، التسارع ... إلخ.

يمكننا أن نصف موقع نقطة في معلم بعدة طرق، من بين هذه الطرق طريقتين:

- **الإحداثيات الديكارتية**: وهو أبسط نظام إحداثيات، حيث نصف موقع النقطة عن طريق مركباتها x وy على المحاور المختلفة Ox، Oy.

$$\vec{r} = x\overrightarrow{e_x} + y\overrightarrow{e_y}$$

- **الإحداثيات القطبية**: في هذا النظام نصف موقع نقطة عن طريق تعريف بعدها r عن المبدأ، وكذلك تعريف زاوية ارتفاعها عن المحور Ox.

$$\vec{r} = r\overrightarrow{e_r}$$

طويلة أي شعاع ثابتة، ولا تتغير بتغير نظام الإحداثيات الذي يدرسها.

يمكننا التحويل بين نظم الإحداثيات المختلفة، وذلك بـ:

- إيجاد العلاقة بين **مركبات الشعاع** على نظامي الإحداثيات المختلفة باستخدام **العلاقات المثلثية**.
- إيجاد العلاقة بين بين **أشعة الوحدة** من خلال **مصفوفة جاكوبي**.

سرعة جسم معين هي مقدار التغير في موقعه بدلالة الزمن، فنقول: إن سرعة الجسم $\vec{v}$ تساوي تفاضل **موقعه** $\vec{r}$ بالنسبة للزمن t.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

تسارع الجسم هو مقدار التغير في سرعته بدلالة الزمن، إذن: تسارع الجسم $\vec{a}$ هو تفاضل **سرعته** $\vec{v}$ بالنسبة للزمن t.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

تمكننا التحويلات الغاليلية من القفز نحو مراجع قصورية مختلفة لدراسة حركة الأجسام من وجهة نظر مغايرة.

يمكننا معرفة سرعة جسم بالنسبة لمراقب متحرك باستخدام قانون جمع السرعات.

$$\overrightarrow{v'} = \vec{v} - \vec{u}$$

في التحويلات الغاليلية بين مرجع نعتبره ثابتا ومرجع متحرك، يبقى محور المسافة ثابتا بالنسبة لجميع المراقبين، ويميل محور الزمن ميلا يتناسب طرديا مع سرعة المرجع المتحرك.

الفصل الثاني: الميكانيك الكلاسيكي

في كتابه **"المبادئ الرياضية للفلسفة الطبيعية"** جمع نيوتن جميع قوانين الحركة تحت إطار موحد، وتمكن من خلال ثلاثة قوانين أساسية من وصف معظم الظواهر الطبيعية وتفسيرها.

1) الزخم والقوة:

عرفنا فيما سبق مفهوم الحركة وبعض المقادير الفيزيائية، لكننا أهملنا متغيرا مهما وهو كتلة الجسم المتحرك، ولهذا سنتطرق أولا لتعريف الكتلة.

من المفاهيم الخاطئة أن كتلة الجسم تعبر عن مقدار المادة الموجودة فيه، ربما هذا التعريف يكون صحيحا في مجالات أخرى كالكيمياء، لكن فيزيائيا، الكتلة شيء مختلف تماما! الكتلة هي مقدار مقاومة الأجسام للحركة، فلو أردت تحريك جسم له كتلة، ستلاحظ أنه يقاوم تحريكك له، وكلما كانت كتلته أكبر، كان تحريك ذلك الجسم أصعب.. وهذا هو التعريف الفيزيائي الصحيح للكتلة، ولكن بما أن التجارب أثبتت أن كتلة الجسم تتناسب طرديا مع كمية مادته فإنه لا مشكلة من أن نستنتج أن كتلة جسم تعبر بشكل غير مباشر عن كمية المادة الموجودة فيه، فقط أردت التنويه إلى وجود فرق جوهري بين "كتلة الجسم" و"كمية مادته".

وبما أن الأجسام تختلف في كتلها، أصبح لزاما علينا أن نعرف مقدارا فيزيائيا جديدا يسمى بـ **الزخم** أو **كمية الحركة**، فلو جئت بجسم يزن 100 كلغ وجسم آخر يزن 1 كلغ، ثم وجهتهما بنفس السرعة نحو جدار ما، فطبعا الضرر الذي يحدثه الجسم الأثقل أكبر، لأنه يمتلك كمية حركة أكبر رغم امتلاك الجسمين نفس السرعة، فنقول: إن كمية حركة الجسم تساوي كتلته مضروبة في سرعته، ونكتب:

$$\vec{p} = m\vec{v} \qquad (2.1.A)$$

وكما تلاحظ هنا فالزخم مقدار شعاعي له نفس اتجاه شعاع السرعة، لكن مقداره يساوي مقدار شعاع السرعة مضروبا في الكتلة، وحدة الزخم في النظام الدولي هي: $(kg \cdot m \cdot s^{-1})$.

وبما أن مقدار التغير في السرعة بمرور الزمن يعطينا التسارع، إذن نحتاج لتعريف مقدار جديد يعبر عن التغير في كمية الحركة بمرور الزمن، وهذا المقدار يسمى بالقوة.

وببساطة القوة المطبقة على جسم تعني تعرض الجسم لدفع أو لسحب، ولو قمت بدفع شيء ساكن ستلاحظ أن سرعته تتغير من السكون إلى الحركة وبسرعة متزايدة، فهو إذن يتسارع، ونقول: مقدار القوة المطبقة على جسم كتلته ثابتة تساوي كتلة الجسم مضروبة في تسارعه، والقوة كذلك مقدار شعاعي، ونكتب:

$$\vec{F} = m\vec{a} \qquad (2.1.B)$$

وحدة القوة هي النيوتن (N) أو $(kg \cdot m \cdot s^{-2})$.

2) العمل والطاقة:

العمل هو كمية الطاقة المستهلكة لنقل الجسم من حالته الابتدائية إلى حالته النهائية، ويساوي القوة المطبقة على الجسم مضروبة في طول المسار، ونكتب:

$$\boldsymbol{W = \vec{F} \cdot \vec{L}} \qquad (2.2.\mathrm{A})$$

كما نرى فالعمل ليس مقدارا شعاعيا، أي أنه لا يمتلك اتجاها، وبما أن القوة والمسار مقداران شعاعيان، فإن العمل يساوي الجداء السلمي بين هذين الشعاعين، ويساوي:

$$\boldsymbol{W = FL\cos\theta} \qquad (2.2.\mathrm{A}')$$

حيث $\boldsymbol{\theta}$ هي الزاوية بين اتجاهي الشعاعين $\boldsymbol{\vec{F}}$ و $\boldsymbol{\vec{L}}$.

لكن غالبا ما يكون المسار غير مستقيم، وكذلك مقدار القوة غير ثابت، ولذلك بصفة عامة نكتب:

$$\boldsymbol{W = \int_{r_i}^{r_f} \vec{F} \cdot \overrightarrow{dl}} \qquad (2.2.\mathrm{B})$$

حيث $\boldsymbol{r_i}$ هي الموضع الابتدائي للجسم، و $\boldsymbol{r_f}$ هو الموضع النهائي.

إذن ما هو تعريف الطاقة؟

الطاقة هي قدرة الجسم على القيام بالعمل، وهي نوعان، طاقة حركية، وطاقة كامنة، فلو أن لدينا جسما يتحرك بسرعة معينة، فطاقته الحركية تعطى بالعلاقة:

$$\boldsymbol{K = \frac{1}{2}mv^2} \qquad (2.2.\mathrm{C}')$$

ويمكننا الحصول على القانون السابق من خلال حساب التكامل كما يلي:

$$K = \int \vec{F} \cdot \overrightarrow{dl} \qquad (2.2.\mathrm{C1})$$

نفرض أن القوة متوازية مع المسار، وبالتالي:

$$\vec{F} \cdot \overrightarrow{dl} = Fdl\cos 0 = Fdl \qquad (2.2.\mathrm{C2})$$

نعلم أن القوة تساوي كتلة الجسم مضروبة في تسارعه، وبالتالي:

$$K = \int madr = \int m\frac{dv}{dt}\,dr \qquad (2.2.\mathrm{C3})$$

نحصل أخيرا على التكامل:

$$K = m\int \frac{dr}{dt}\, dv = m\int v\, dv \qquad (2.2.\,C4)$$

بحساب التكامل بالنسبة لـ v نحصل على:

$$\boldsymbol{K = \frac{1}{2}mv^2} \qquad (2.2.\,C')$$

نعلم أن كمية حركة الجسم تعطى بالعلاقة $(2.1.\,A)$، وبالتالي نكتب مربع شعاع كمية الحركة كما يلي:

$$\boldsymbol{p^2 = m^2v^2} \qquad (2.2.\,C5)$$

وبالتالي، يمكننا كتابة عبارة الطاقة الحركية بالشكل التالي:

$$\boldsymbol{K = \frac{p^2}{2m}} \qquad (2.2.\,C)$$

النوع الثاني هو الطاقة الكامنة، وتختلف عبارتها حسب نوع القوة، فهناك الطاقة الكامنة الثقالية وعبارتها:

$$\boldsymbol{V_g = mgh} \qquad (2.2.\,D)$$

حيث $\boldsymbol{g}$ هو تسارع الجاذبية الأرضية، و$\boldsymbol{h}$ هو ارتفاع الجسم عن مستوى مرجعي عادة يكون سطح الأرض.

وغيرها من أنواع الطاقة الكامنة، كالطاقة الكامنة المرونية، أو الطاقة الكامنة الناتجة عن قوة كولوم، فأي جسم يتعرض لقوة تصاحبه طاقة كامنة بحيث تعطى العلاقة بين القوة والطاقة الكامنة بالشكل التالي:

$$\boldsymbol{\vec{F} = -\vec{\nabla}V} \qquad (2.2.\,E)$$

بجمع كل من الطاقة الحركة والطاقة الكامنة، نحصل على الطاقة الكلية للجسم، والطاقة الكلية للجسم تبقى محفوظة طالما كانت القوى المؤثرة عليه **قوى محافظة** لا تفقد الجسم طاقته، تعطى الطاقة الكلية للجسم كما يلي:

$$\boldsymbol{E = \frac{p^2}{2m} + V} \qquad (2.2.\,F)$$

3) قوانين الحركة:

والآن حان الوقت لنتطرق إلى القوانين الثلاثة التي وضعها نيوتن، وتسمى بقوانين الحركة، ومن خلالها يمكننا تحديد حالة أي جسم في أي لحظة نريدها، فقد بالاعتماد على الحالة الابتدائية للجسم.

1. **مبدأ القصور الذاتي: في مرجع قصوري، يبقى الجسم الساكن ساكنا، والجسم المتحرك حركة مستقيمة منتظمة متحركا، ما لم تؤثر عليه قوى خارجية غير متزنة تغير في حالته الحركية.**

في هذا المبدأ قمنا بإعطاء التعريف الأشمل للمرجع القصوري الذي ذكرناه في بداية الفصل السابق، وهو المرجع الذي يبقى فيه الجسم محافظا على حالته الحركية دون أي تسارع، أي أن الجسم في مرجع قصوري لا يخضع لتلك القوى الوهمية التي تحدثنا عنها.

وعليه، فالجسم الساكن سيبقى ساكنا، فلا وجود لأي قوة تحركه، والجسم المتحرك بسرعة واتجاه ثابتين سيحافظ على كل من سرعته واتجاهه، لأنه لا وجود لقوة تغيرهما.

2. **المبدأ الأساسي للتحريك: في مرجع قصوري، مجموع القوى الخارجية المؤثرة على الجسم تساوي كتلته مضروبة في تسارعه.**

ونكتب:

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a} \qquad (2.3.A)$$

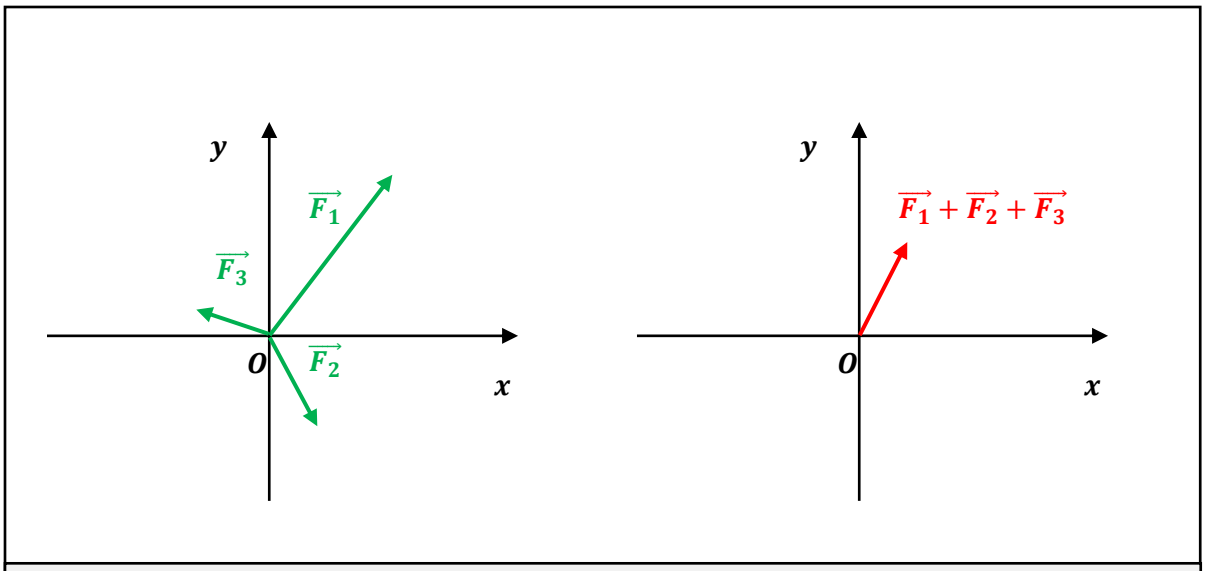
فلو أن جسما تؤثر عليه قوى مختلفة، فإننا سنقوم بجمع هذه القوى لنحصل على شعاع قوة واحد، ويسمى بشعاع محصلة القوى، فيتصرف الجسم تحت تأثير هذه القوى كأن قوة واحدة فقط هي التي تؤثر عليه.

ما يمكن أن نفهمه من هذا القانون أيضا، أنه لا يمكن لجسم أن يتحرك إلا بقوى خارجية، فلا يمكن لجسم أن يتحرك من نفسه دون قوة خارجية تحركه، فالسيارة مثلا لا تتحرك من تلقاء نفسها وإنما بالاعتماد على قوة خارجة وهي احتكاك العجلات مع الطريق، وكذلك أي شيء يمكن أن تراه يتحرك، تأكد أنه يتحرك بالاعتماد على قوة خارجية.

لو تخيلنا جسما يتعرض لقوتين متعاكستين في الاتجاه، فإن القوة الغالبة هي القوة التي لها شدة أكبر، وهي القوة التي سيتحرك الجسم باتجاهها، لكن نظرا لوجود قوة معاكسة، فإن تسارع الجسم سيقل، وبالتالي فهو يتعرض لقوة مقدارها الفرق بين القوتين السابقتين.

لكن لو افترضنا أن للقوتين نفس الاتجاه، عندها سيتحرك الجسم بنفس اتجاه القوتين، وسيزيد تسارع الجسم، فهو يتعرض لقوة مقدارها مجموع القوتين المؤثرتين عليه.

لكن ماذا لو أثر على الجسم قوتان لهما اتجاهان كيفيان، على سبيل المثال، القوة الأولى باتجاه الشمال الشرقي، أما القوة الثانية، فهي بالتجاه الشمال الغربي، في هذه الحالة، لو افترضنا أن للقوتين نفس الشدة، فإن الجسم سيختار اتجاها وسطا بينهما وهو الشمال، وإلا فسيميل عن الشمال نحو القوة ذات الشدة الأكبر.



وثيقة (2-3-1): الجمع الشعاعي للقوى

إذن، جمع القوى هو جمع شعاعي يتعلق بجهة القوة وشدتها، وبالتالي، فجمعها يكون بإسقاط القوى المختلفة على محاور الحركة، ثم طرح القوى ذات الاتجاه غير المباشر من القوى ذات الاتجاه المباشر، وذلك كما توضح الوثيقة (2-3-1)

3. **مبدأ الفعلين المتبادلين: لكل فعل رد فعل، مساو له في المقدار، ومعاكس له في الاتجاه.**

ونكتب:

$$\overrightarrow{F_{A/B}} = -\overrightarrow{F_{B/A}} \qquad (2.3.B)$$

ينص هذا القانون على أن أي تفاعل بين جسمين ينتج عنه قوتان متساويتان في الشدة، متعاكستان في الاتجاه، هذا القانون مكافئ لمبدأ انحفاظ الزخم، فكما نعلم، القوة هي تغير في كمية الحركة، وبما أن كمية الحركة لجسمين معزولين يجب أن تبقى محفوظة، فإن أي تغيير في كمية حركة الجسم الأول A باتجاه معين (نتيجة لتفاعله مع الجسم الثاني)، يجب أن يصاحبه تغيير معاكس له في الاتجاه بالنسبة للجسم الثاني B وذلك حتى نبقي كمية الحركة النهائية مساوية لكمية الحركة قبل التفاعل.

وفي الحياة الاعتيادية أمثلة كثيرة جدا عن هذا المبدأ، فالطائر بجناحيه يدفع الهواء للأسفل، وكرد فعل يصعد هذا الطائر لأعلى، وأنت بمشيك فإنك تقوم بقدميك بدفع الأرض خلفك، وكرد فعل تدفعك الأرض نحو الأمام، وارتداد القناص للخلف بعد إطلاقه الرصاصة للأمام، وغيرها من الأمثلة الكثير، فكل ما نراه من حركة نجد في مبدأ الفعلين المتبادلين يد فيه.

4) الخلاصة:

نعرف كمية حركة الجسم على أنها كتلته مضروبة في سرعته ونكتب:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

نعرف القوة على أنها التغير في كمية الحركة بالنسبة للزمن، إذن فهي كتلة الجسم مضروبة في تسارعه، فنكتب:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

العمل هو كمية الطاقة المستهلكة لنقل الجسم من حالته الابتدائية إلى حالته النهائية.

الطاقة هي قدرة الجسم على القيام بالعمل، وهي نوعان، طاقة حركية، وطاقة كامنة، تتغير عبارة الطاقة الكامنة حسب القوة المؤثرة، أما عبارة الطاقة الحركية فتعطى بالعلاقة التالية:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$$

جمع إسحاق نيوتن ثلاثة قوانين أساسية وصف من خلالها حركة الأجسام وهي:

- مبدأ القصور الذاتي الذي ينص على أن الجسم في مرجع قصوري لا يغير سرعته إلا بتأثير قوة خارجية.
- المبدأ الأساسي للتحريك، نص على أن مجموع القوى المؤثرة على جسم تساوي كتلة هذا الجسم مضروبة في تسارعه ونكتب:

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$$

- مبدأ الفعلين المتبادلين، والذي نص على أن أي قوة يطبقها الجسم الأول A على الجسم الثاني B تصاحبها بالضرورة قوة مساوية في المقدار، معاكسة في الاتجاه يطبقها الجسم الثاني على الجسم الأول، ونكتب:

$$\overrightarrow{F_{A/B}} = -\overrightarrow{F_{B/A}}$$

الفصل الثالث: نهاية الميكانيك الكلاسيكي

بعد أن أنهينا الجزء الخاص بالميكانيك الكلاسيكي، حان الوقت للحديث عن المشاكل التي واجهت العلماء والتجارب التي قاموا بها لنصل أخيرا إلى وضع نظرية النسبية الخاصة على يد ألبرت أينشتاين سنة 1905.

1) مقدمة في الكهرومغناطيسية:

بعد أن وضع نيوتن قوانين الحركة، كانت القوة الوحيدة المعروفة في ذلك الوقت هي قوة الجاذبية، وما نقصده بأنها القوة الوحيدة المعروفة هو أن لدينا قانونا يصف تأثير هذه القوة على الأجسام، لأنه كان من المعروف وجود قوى أخرى غير الجاذبية...

من بينها: القوى "غير المحافظة"، وهي القوى التي تفقد الجسم طاقته، وتؤثر في الجسم عند احتكاكه بعوامل خارجية، تعمل هذه القوى على إفقاد الجسم طاقته الكلية، ولهذا سميت بالطاقة غير المحافظة، لأنه في وجودها، لا يمكن القول إن طاقة الجسم الكلية محفوظة، وطبعا لا تفنى هذه الطاقة المفقودة وإنما تتحول لأشكال أخرى (حرارة، صوت ...).

هذه القوى لم يكن يعرف مصدرها، لذلك فوصفها يعتمد في الأساس على سلسلة تجارب نفهم من خلالها كيف تؤثر وتتأثر المواد المختلفة بهذه القوى، لكن لا يوجد أساس نظري يمكنه أن يعطينا قانونا يصف لنا بشكل عام مصدر هذه القوى وكيف تعمل.

لنترك حقبة نيوتن مؤقتا ولنعد بالزمن للوراء، إلى القرن السادس قبل الميلاد، حيث لاحظ الفيلسوف اليوناني طاليس أن الكهرمان عند فركه يمكنه جذب الأجسام الخفيفة، وكانت هذه الملاحظة هي أول اكتشاف مسجل لما أصبح يعرف اليوم بـ "الكهرباء الساكنة".

في سنة 1600 قدم الطبيب الإنجليزي William Gilbert دراسة شاملة للمغناطيسية، وقام لأول مرة بالتفريق بين الكهرباء الساكنة والمغناطيس، وذلك في كتابه De Magnete.

لنعد الآن إلى حقبة نيوتن، بما أن نيوتن قام بإعادة تعريف الفيزياء، فقد أصبح على العلماء أن يقوموا بوصف الكهرباء والمغناطيسية في إطار يسمح لنا بتطبيق قوانين الحركة في وجود هذين التأثيرين، وبهذا نشر العالم الفرنسي سنة 1785 قانونه المعروف باسمه، قانون كولوم، وهو بالشكل التالي:

$$\overrightarrow{F_{1/2}} = \frac{Kq_1q_2}{r^2}\overrightarrow{e_{12}} \qquad (3.1.A)$$

يصف هذا القانون القوة الكهربائية التي يطبقها جسيم مشحون (1) على جسيم مشحون آخر (2)، يبعد عنه مسافة r، حيث تمثل q شحنة كل جسيم، بينما يمثل K ثابت القوة الكهربائية بين شحنتين، يمثل الشعاع $\overrightarrow{e_{12}}$ شعاع الوحدة الذي اتجاهه من الجسيم (1) نحو الجسيم (2).

من خلال القانون السابق يمكن أن نستنتج ما يلي:

القوة الكهربائية بين جسمين هي قوة تزداد بزيادة شحنة الجسمين، وتقل بزيادة مربع المسافة بينهما.
عندما يكون للجسمين شحنتين متماثلتين في الإشارة، فإن القوة الناتجة تدفع الجسمين في اتجاهين متعاكسين، ونقول في هذه الحالة إن الجسمين يتنافران، وبالتالي، عندما يكون للجسمين شحنتين مختلفتين في الإشارة، فالقوة الناتجة تدفعهما نحو بعضهما، فنقول عنهما أنهما يتجاذبان.

لكن رغم نجاح قانون كولوم في وصف الكهرباء الساكنة، إلا أننا لم نفهم بعد كيف يعمل المغناطيس، ليأتي في سنة 1820 العالم أورستد ليكتشف العلاقة بين الكهرباء والمغناطيسية بعد اكتشافه انحراف الإبرة المغناطيسية حين وضعها بجانب تيار كهربائي، ليأتي مايكل فاراداي بفكرة الحقل المغناطيسي، ويكتشف بعد ذلك ظاهرة الحث الكهرومغناطيسي وهي أساس عمل المولدات والمحركات الحديثة.

وأخيرا، يأتي ماكسويل ليوحد مجهودات من سبقوه في معادلات أربع، يقوم فيها بتوحيد الكهرباء والمغناطيسية ويضع مفهوم المجال المغناطيسي، وهو مجال يملأ الكون ويعمل على نقل الموجات الكهرومغناطيسية بسرعة الضوء، لا بسرعة لحظية كما وصفها كولوم في قانونه.

معادلات ماكسويل في الفراغ:

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} = \varepsilon_0 \mu_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{cases} \qquad (3.1.B)$$

حيث ε_0 هو ثابت السماحية الكهربائية، و μ_0 ثابت النفاذية المغناطيسية (في الفراغ).
$\vec{E}$ يمثل المجال الكهربائي، أما $\vec{B}$ فيمثل المجال المغناطيسي.
أما $\vec{\nabla}$ ويسمى $nabla$، فهو شعاع التفاضل بالنسبة للمكان في ثلاثة أبعاد.

وكما قلنا، تصف هذه المعادلات الأربعة كلا من المجال الكهربائي والمجال المغناطيسي وتصف كذلك العلاقة بينهما.

وقد أثبت الفيزيائي الألماني هاينريش هرتز تجريبيا صحة معادلات ماكسويل ووجود الموجات الكهرومغناطيسية التي أصبحنا نعلم اليوم أن الضوء يتكون من هذه الموجات، وتجربة هرتز مهدت الطريق لاحقا لتطوير الاتصالات اللاسلكية.

لكن ما سبق ليس كافيا، كيف يمكننا في إطار قوانين الحركة لنيوتن أن نصف القوة الكهرومغناطيسية؟

من خلال معادلات ماكسويل، رأينا كيف أن القوة الكهرومغناطيسية تنتقل على شكل موجة وبسرعة الضوء، وليس بسرعة لحظية كما توقع كولوم، وبهذا تمكن هندريك لورنتز من تعميم قانون قوة كولوم ليدرس الحالة العامة لشحنة تتحرك بسرعة $\vec{v}$ في مجال مغناطيسي $\vec{B}$، لاحظ أن

الجزء الأول من المعادلة هو نفسه قانون كولوم للكهرباء الساكنة، أما الجزء الثاني فهو الجزء الخاص بالقوة المغناطيسية:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} \qquad (3.1.C)$$

حيث $\vec{F}$ هي عبارة القوة الكهرومغناطيسية المؤثرة على شحنة q سرعتها $\vec{v}$، في مجال كهربائي $\vec{E}$ وآخر مغناطيسي $\vec{B}$.

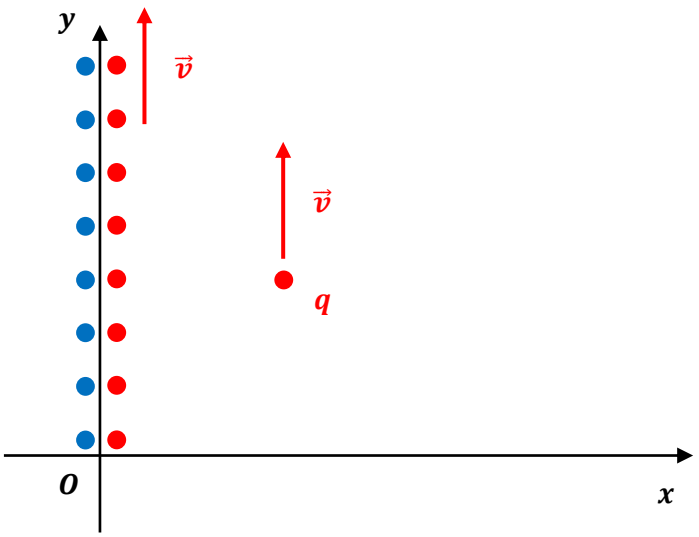
يعطى المجال المغناطيسي بقانون بيوت–سافارت:

$$\overrightarrow{dB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3}\overrightarrow{dl} \times \vec{r} \qquad (3.1.D)$$

حيث: I هو التيار الكهربائي، $\overrightarrow{dl}$ هو جزء صغير من السلك الذي يمر به التيار، $\overrightarrow{dB}$ هو المجال المغناطيسي الذي يتولد بسبب جزء صغير من السلك، $\vec{r}$ هي المسافة بين الجزء الصغير من السلك وبين النقطة التي نريد حساب شدة المجال المغناطيسي عندها.

2) المشاكل التي واجهت العلماء:

لو دققنا النظر في المعادلات التي تصف الكهرومغناطيسية فسنجد أنها متناقضة مع التحويلات الغاليلية.



وثيقة (3–2–1): قوة لورنتز المطبقة على شحنة بالنسبة لمرجع ثابت

على سبيل المثال، لو أتينا بسلك يمر به تيار كهربائي، وبجانب هذا السلك شحنة سالبة تسير بنفس سرعة الإلكترونات في السلك فلو كنت ثابتا (كما تبين الوثيقة 3–2–1) –حيث تمثل الكريات الحمراء الشحنات السالبة أما الكريات الزرقاء فتمثل الشحنات الموجبة– فإن قوة لورنتز المطبقة على الشحنة ستكون عبارتها كما هو موضح في (3.1.B).

كثافة السلك الكهربائية معدومة نظرا لأن عدد الشحنات السالبة والموجبة دائما متساو، بالتالي لا وجود لمجال كهربائي، أي: $\vec{E} = 0$.

فكل ما سنعمل عليه هنا هو المجال المغناطيسي.

ما يهمنا الآن هو اتجاه القوة المؤثرة على الشحنة.

باستخدام قانون بيوت–سافارت $(3.1.C)$، بما أن اتجاه الإلكترونات نحو الأعلى، هذا يعني أن التيار متجه للأسفل، وبالتالي قيمة I سالبة، وباستخدام قاعدة اليد اليمنى، نجد أن اتجاه المجال المغناطيسي سيكون $\overrightarrow{e_z}$. وبالتالي:

$$\vec{B} \propto \overrightarrow{e_z} \qquad (3.2.A1)$$

وبما أن الشحنة التي ندرس تأثير قوة لورنتز عليها سالبة، نكتب:

$$\vec{F} \propto -\vec{v} \times \vec{B} \qquad (3.2.A2)$$

نعلم أن شعاع السرعة متجه نحو $\overrightarrow{e_y}$ بالتالي:

$$\vec{F} \propto -\overrightarrow{e_y} \times \overrightarrow{e_z} \qquad (3.2.A3)$$

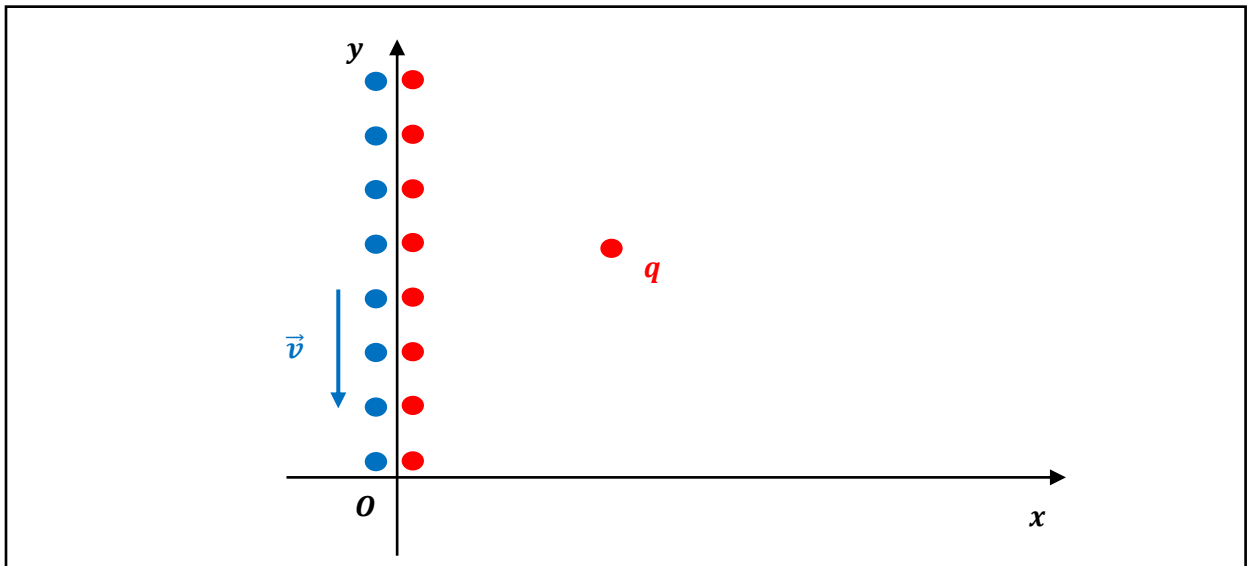
باستعمال قاعدة اليد اليمنى نجد:

$$\vec{F} \propto -\overrightarrow{e_x} \qquad (3.2.A)$$

أي أن الإلكترون في هذه الحالة سينجذب نحو السلك بسبب المجال المغناطيسي الذي يولده نتيجة لحركة الشحنات داخله.

لكن ماذا لو سرنا مع الإلكترونات بنفس سرعتها؟

في هذه الحالة سنرى الإلكترونات وهي ساكنة، وكل ما عداها يسير نحو الأسفل بسرعة v، التمثيل موضح في الوثيقة (3-2-2):



وثيقة (3-2-2): قوة لورنتز المطبقة على شحنة بالنسبة لمرجع متحرك

المشكلة تكمن لو طبقنا قوة لورنتز في هذه الحالة، فكثافة السلك الكهربائية معدومة، وبالتالي لا وجود لمجال كهربائي، وسرعة الشحنة معدومة، وبالتالي لا وجود لمجال مغناطيسي! وهذا يعني أن الشحنة ستبقى مكانها ولن تنجذب للسلك كما رأينا قبل قليل!

وهذه النتيجة ببساطة غير منطقية، لأنه بحسبها، بالنسبة لشخص ثابت تنجذب الشحنة نحو السلك، لكن بالنسبة لشخص يتحرك مع الشحنة بسرعتها، لن تنجذب هذه الشحنة نحو السلك، وهذا تناقض!

وتوالت المفارقات التي حيرت العلماء في ذلك الوقت، لكن العلماء لم يجدوا لها حلا، حتى جاءت فكرة تجربة قلبت كل شيء رأسا على عقب، إنها تجربة ميكلسون ومورلي.

3) تجربة ميكلسون ومورلي:

بعد تجربة الشق المزدوج ليونغ حسم العلماء مسألة طبيعة الضوء، وأصبح يعامل على أنه موجة، والموجة تعرف على أنها اضطراب في وسط ما، هذا الوسط هو الناقل لهذه الموجة، وأي موجة تحتاج إلى وسط ينقلها، فلا وجود لموجة بحر دون بحر! ولا وجود لصوت دون هواء! وبالتالي: لا وجود لضوء دون "**أثير**" وهذا هو الاسم الذي أطلقه العلماء على هذا الوسط الافتراضي الذي ينقل الضوء.

وبعد أن وضع ماكسويل معادلاته، أصبح يعرف الأثير على أنه الوسط الناقل للموجات الكهرومغناطيسية.

لكن كما رأينا فيما سبق، كان هناك تعارض بين هذه المعادلات وفرضية الأثير، لأنه بجمعها معا سنجد أن سرعة الضوء ثابت فيزيائي يجب ألا يتغير بالنسبة لجميع المراجع القصورية، وهذا مستحيل إن كان الضوء موجة تنتقل عبر وسط ناقل! فسرعة الصوت مثلا تختلف حسب سرعتك، فلو أنك تسير بسرعة الصوت وناداك صديقك وهو خلفك فإن صوته لن يصلك وستكون سرعة صوته بالنسبة لك تساوي الصفر، وهذا من المفترض أن يحدث كذلك مع الضوء، لكن معادلات ماكسويل تقول إن ذلك لا يحدث! فلو أنك تسير بسرعة الضوء وأشار لك صديقك الذي خلفك، فإن الضوء سيصلك وبسرعة الضوء! وليس بسرعة معدومة كما حدث مع الصوت!

وهذا يخالف قانون جمع السرعات الذي تحصلنا عليه في الفصل الثاني والذي قمنا باشتقاقه من التحويلات الغاليلية.

على الجانب الآخر، هناك من لم يهتم بكل هذه المشاكل، وكان يتجاهلها، نذكر على وجه الخصوص العالمين ميكلسون ومورلي، وطبعا كانا في عصر يسلم فيه الجميع بوجود الأثير..

كان الجميع يعلم أيضا أن الأرض كرة تدور حول محورها، وتدور بنفسها حول الشمس، ولاحقا اكتشفنا أنها تدور مع الشمس حول مركز المجرة التي تتأثر كذلك بجاذبية باقي المجرات!

إذن الأرض تتحرك عدة حركات لولبية يمكن قياسها بطرق غير مباشرة بالاستعانة بدراسة قوى الجاذبية، لكن هل هناك طريقة لقياس سرعة الأرض بطريقة مباشرة؟ بعبارة أخرى، هل هناك طريقة لرصد الأرض وهي تتحرك ومن ثم قياس سرعتها دون الاستعانة بحساب تأثير قوى الجاذبية عليها؟

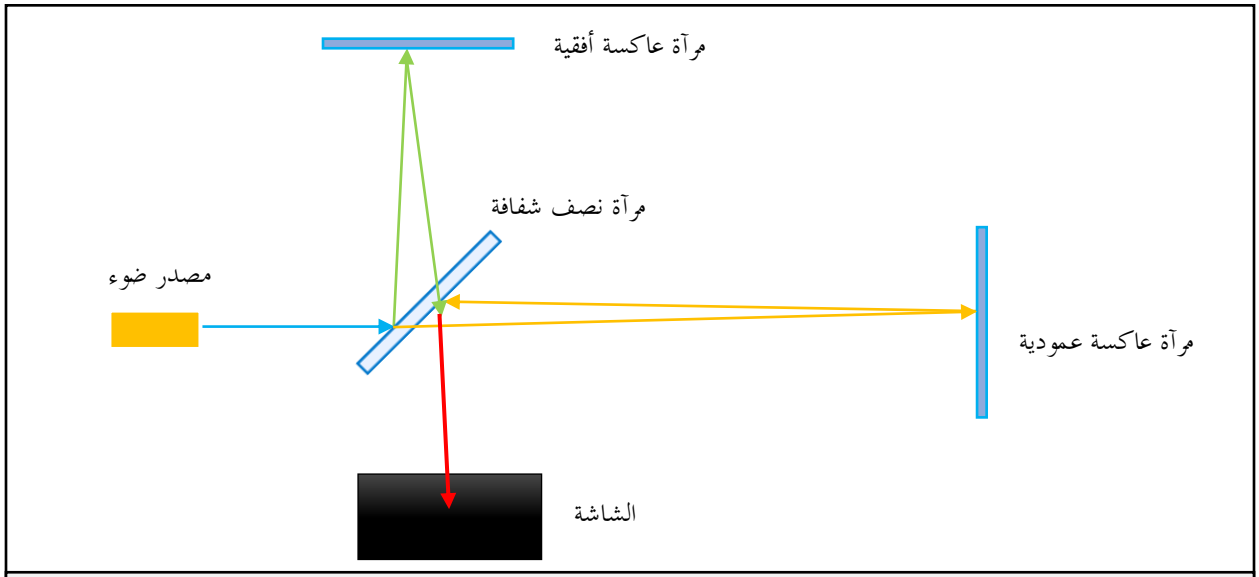
تخيل أنك تركب سيارة تسير بسرعة 100 كلم في الساعة، قمت بإخراج يدك من النافذة فأحسست برياح قوية متجهة عكس اتجاه السيارة...

نزلت من السيارة ولا وجود لرياح، ستقول لي أن هذا طبيعي، لأن السيارة كانت تسير للأمام، وبالتالي فالهواء الساكن سيسير للخلف بالنسبة لك.

فكانت الفكرة كما يلي: بما أن الأثير يملأ الكون كله، والأرض تسير في هذا الأثير، فمن المفترض أن تتعرض الأرض لرياح أثيرية، ولو أننا بطريقة ما تمكنا من قياس سرعة هذه الرياح الأثيرية واتجاهها، فسنكون قد قسنا سرعة الأرض في الكون.
ولكن كيف نقيس سرعة هذا الأثير؟ إن كنا أصلا لم نثبت وجوده حتى، سوى أنه ضرورة علمية لتفسير انتقال الضوء..

نعلم أن الضوء ينتقل في الأثير، هذا يعني بأن الضوء لو سار في نفس اتجاه الرياح الأثيرية فستكون سرعته أكبر منها لو سار في اتجاه مختلف.

في ذلك الوقت كانت هنالك تجربة تعرف بتجربة ميكلسون، في هذه التجربة نطلق شعاع ضوء على مرآة نصف شفافة، لينقسم هذا الشعاع إلى شعاعين أحدهما ينعكس والآخر يكمل طريقه، لينعكس الشعاعان في النهاية كما تبين الوثيقة (3-3-1):

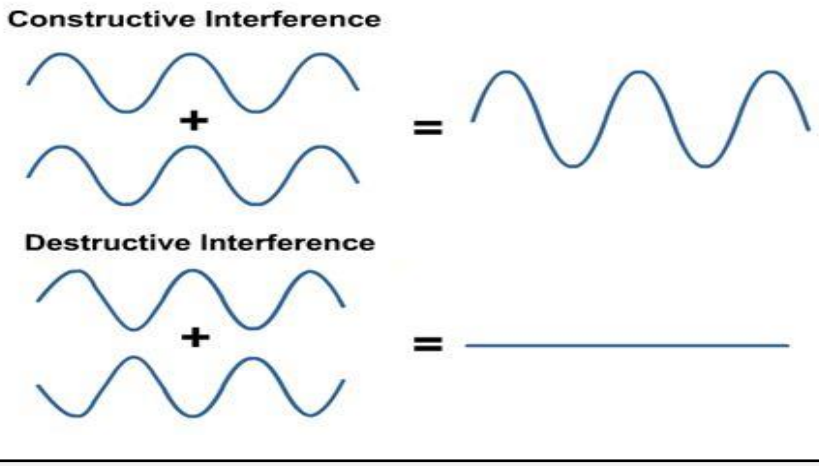


وثيقة (3-3-1): تجربة ميكلسون ومورلي

فكانت الفكرة هي القيام بتدوير التركيب التجريبي في جميع الاتجاهات ثم القيام بملاحظة النتائج، وسميت هذه التجربة بتجربة ميكلسون ومورلي.

حتى نفهم مبدأ عمل هذه التجربة، فكما رأينا، الضوء عبارة عن موجات، تتكون الموجات من قمم وقيعان، عند حدوث التقاء بين موجتين يمتلكان نفس الطول الموجي نرى نوعان من التداخل، النوع الأول تلتقي فيه قمة الموجة الأولى مع قمة الموجة الثانية، فنحصل على قمة أكبر ويسمى بالتداخل البناء، وفي النوع الثاني تلتقي قمة الموجة الأولى مع قاع الموجة الثانية، فيلغيان بعضهما ونسمي هذا بالتداخل الهدام

وهذا ما تظهره الوثيقة (3-3-2):



وثيقة (3-3-2): تداخل موجتين

نتيجة هذه التجربة أن شعاعي الضوء سيتداخلان ويظهران لنا نمط تداخل كما توضح الوثيقة (3-3-3):

وثيقة (3-3-3): نتيجة تجربة ميكلسون – مورلي

وكما تظهر الوثيقة فإن الخط الضوئي في الوسط مضيء، وهذا يعني أن الضوء سلك المسارين بسرعة واحدة وهذا جعل الشعاعين يصلان معا ويحدث بينهما تداخل بناء بينما المتوقع هو حدوث تأخر في أحد الشعاعين عن الآخر، لكن ربما يوجد فرق في المسافة بين المسارين يقوم بتصحيح هذا التأخر ويوهمنا بوجود تداخل بناء، لذلك جاءت فكرة تدوير التركيب التجريبي في جميع الاتجاهات ودراسة الفرق في نمط التداخل.

ولكن النتيجة أظهرت فرقا أقل من مقدار الخطأ المتوقع في التجربة، وبالتالي: الضوء يسير بسرعة واحدة في جميع الاتجاهات! هذا يضعنا في خيارين أحلاهما مر:

الأرض ثابتة: وهذا الخيار مستحيل لأنه في ذلك الوقت تم إثبات حركتين على الأقل للأرض، دورانها حول محورها، ودورانها حول الشمس، وطبعا ليس هناك من هو مستعد للعودة مئات السنوات إلى الوراء لمناقشة حركة الأرض!

لا وجود للأثير: وهذا خيار صعب!، على الرغم من عدم وجود تجربة تثبت وجود الأثير بشكل مباشر، إلا أنه فرضية ضرورية لتفسير انتقال الضوء! فإنكار الأثير يلغي بالضرورة الطبيعة الموجية للضوء، وهذه الأخيرة تم إثباتها بالتجارب بشكل لا يدع مجالا للشك! وكما أننا غير مستعدين لمناقشة حركة الأرض، فنحن أقل استعدادا لمناقشة طبيعة الضوء مجددا! (باستثناء ألبرت أينشتاين)

لذلك فقد أصيب العلماء بالتخبط، لدرجة أن بعضهم افترض أن الأثير يسير مع الأرض بنفس سرعتها مما يوهمنا بثبات الأرض! وهذا طبعا مستحيل لأن حركة الأرض متغيرة وليست ثابتة في الكون!

أعيدت التجربة عدة مرات وبعدة طرق وفي أوقات مختلفة من السنة، لكنها جميعا باءت بالفشل!

وهذا دعا بعض العلماء بقيادة هندريك لورنتز إلى إعلان تآمر الطبيعة ضدنا ومنعها إيانا من ملاحظة تغير في سرعة الضوء، ووضع نظريته حول الأثير، والتي اشتق فيها تحويلاته التي عرفت باسمه، والتي سنستبدل بها أخيرا التحويلات الغاليلية، ونحل بها التعارض الموجود بين الكهرومغناطيسية والتحويلات الغاليلية.

4) نظرية لورنتز للأثير:

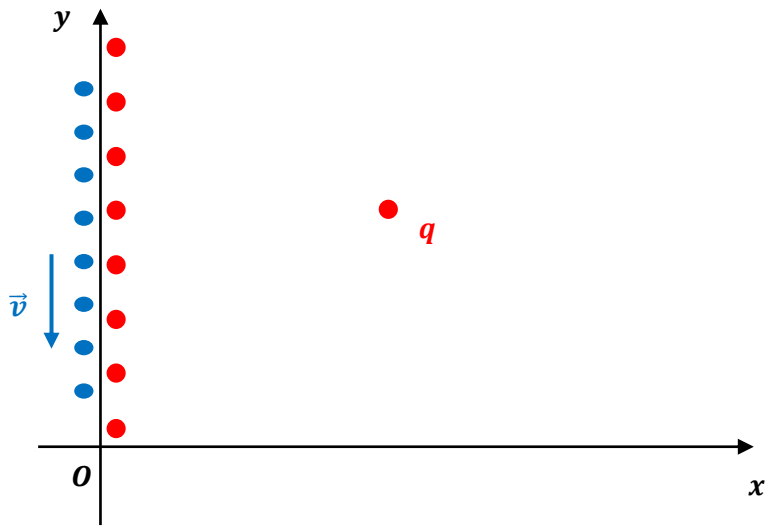
لإنقاذ فرضية الأثير، وضع العالم هندريك لورنتز برفقة فيتزجيرالد نظرية جديدة تصف الأثير بطريقة غير تقليدية، تنص هذه النظرية على أن الأجسام تنكمش في اتجاه حركتها، ويتمدد زمنها الموضعي، وهذا هو تأثير الأثير على تحرك الأجسام به، ومن نتائج هذه النظرية أن سرعة الضوء ثابتة في جميع الأطر المرجعية القصورية، وهذا يفسر فشل تجربة ميكلسون ومورلي في حساب سرعة الأرض.

ثم اشتق تحويلاته ليحل جميع المشاكل التي واجهت الكهرومغناطيسية...

ففي المثال الذي ذكرناه فيما سبق، عن التناقض الذي حدث بين شخص يسير بنفس سرعة الإلكترون وشخص ثابت... بالنسبة للشخص الثابت لا توجد مشكلة، لكن ماذا عن الشخص المتحرك بنفس سرعة الإلكترون؟

في هذه الحالة نطبق قانون انكماش الأجسام في اتجاه حركتها، فنحصل على ما يلي:

تنكمش الشحنات المتحركة في اتجاه حركتها، وهذا يجعل السلك غير متعادل كهربائيا، وفي هذه الحالة تنجذب الشحنة q نحو السلك، تماما كما يرى الشخص الثابت، وبهذا تم حل التعارض. – وثيقة (3-4-1) –



وثيقة (3-4-1): قوة لورنتز المطبقة على شحنة بالنسبة لمرجع متحرك باستخدام تحويلات لورنتز

5) الخلاصة:

كما جمع نيوتن قوانين الحركة في إطار موحد، فكذلك فعل ماكسويل حين جمع قوانين الكهرباء في أربع معادلات أساسية:

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} = \varepsilon_0 \mu_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{cases}$$

إلى جانب هذه المعادلات الأربع، يصف قانون قوة لورنتز حركة الأجسام المشحونة، ويعطى بالعلاقة التالية:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\overrightarrow{dB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3} \overrightarrow{dl} \times \vec{r}$$

أظهرت بعض التجارب العقلية وجود مفارقات تدل على حدوث التعارض بين التحويلات الغاليلية وقوانين الكهرباء.

أجريت تجربة ميكلسون ومورلي، وتبعتها عدة تجارب مشابهة، تثبت بشكل قاطع أن سرعة الضوء ثابتة في جميع الاتجاهات، مما دعا هندريك لورنتز إلى إعلان تآمر الطبيعة لمنعنا من كشف فرق في سرعة الضوء في اتجاهات مختلفة.

وضع العالم هندريك لورنتز نظريته حول الأثير، ومفادها أن الأثير يسبب انكماشا في طول الأجسام في اتجاه حركتها، ويسبب أيضا تباطؤا في زمنها الموضعي كلما زادت سرعتها، وهذا ما يفسر ثبوت سرعة الضوء في جميع الاتجاهات رغم حركة الأرض، ومن خلال ذلك اشتق تحويلاته التي عرفت باسمه.

نجحت تحويلات لورنتز في حل مفارقات قوانين الكهرباء، فتم استبدال التحويلات الغاليلية بها.

الفصل الرابع: نظرية النسبية الخاصة

في وسط كل هذه التعقيدات نظر أينشتاين إلى تحويلات لورنتز ووصل إلى استنتاج مهم، وهو أنه لا يوجد مطلقا أي فرق بين جسم متحرك وجسم ساكن، فمثلا: لو أنك تركب طائرة مغلقة وتطير بسرعة ثابتة دون اهتزاز أو ضجيج، فمن المستحيل علميا بأي طريقة معرفة ما إذا كانت هذه الطائرة ثابتة أو متحركة، وذلك لأن تحويلات لورنتز تمنعنا من ذلك!
فمن المستحيل بناء جهاز يستشعر سرعتك، كل ما نملكه هو جهاز يقيس سرعة الطائرة اعتمادا على مستشعر التسارع، لكن استشعار السرعة مباشرة مستحيل حسب تحويلات لورنتز.

وبما أنه لا وجود لأي فرق بين مرجع ثابت ومرجع متحرك، فإن هذا يجعل وجود أثير "ساكن سكونا مطلقا" فرضية خارجة عن نطاق العلم! فلا وجود للسكون المطلق، وإن فرضنا جدلا وجود مرجع مطلق للكون فلا توجد طريقة تجريبية أو رصدية لتحديد هذا المرجع.
وبهذا وجب علينا أن نلغي فكرة الأثير ونتقبل فكرة أن جميع قوانين الفيزياء لا تتغير بالنسبة لجميع المراجع القصورية كمبدأ كوني.

وبهذا وجد أينشتاين أن تحويلات لورنتز تخضع لمبدأ تناظر بسيط، وليست بسبب تآمر الطبيعة علينا لمنعنا من قياس سرعتنا!

1) مسلمات النسبية الخاصة:

بناء على ما سبق اشتق ألبرت أينشتاين نظريته والتي تقوم على مسلمتين:

1. المسلمة الأولى: مبدأ النسبية: **جميع القوانين الفيزيائية لا تتغير بالنسبة لكل المراجع القصورية.**

هذا يعني أنه بغض النظر عن سرعتك، فالفيزياء ستعمل عندك بنفس القوانين، والثوابت الفيزيائية لن تتغير، شرط أن يكون مرجعك قصوريا.

سيقول البعض أن هذه هي نسبية نيوتن ونحن بهذا لم نغير شيئا، والإجابة أن نسبية نيوتن تقضي بأن جميع **قوانين الحركة** لا تتغير بالنسبة لكل المراجع القصورية، فالفرق بين نسبية نيوتن ونسبية أينشتاين أن نسبية أينشتاين عممت مبدأ الانحفاظ على جميع القوانين الفيزيائية بما فيها قوانين الكهرباء، لا القوانين الميكانيكية فقط كما تقول نسبية نيوتن.

لو نظرنا إلى معادلات ماكسويل، وأردنا أن نوحدها جميعا في معادلة واحدة، فسنحصل على معادلة الموجة، وهي معادلة تصف الموجات الكهرومغناطيسية، وهي كما يلي:

$$\Delta\vec{E} = \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{E} \qquad (4.1.A1)$$

وكما نعلم، فالشكل العام لمعادلة الموجة يعطى كما يلي:

$$\Delta\Psi = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\Psi \qquad (4.1.A2)$$

حيث v هي سرعة انتقال الموجة.

بالمطابقة نجد أن الموجات الكهرومغناطيسية تنتقل بسرعة نرمز لها بالرمز c وهي سرعة الضوء، وتساوي:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \qquad (4.1.A)$$

ما لاحظه أينشتاين أن سرعة الضوء c حسب المعادلة السابقة ليست سرعة عادية، فهي مكتوبة بدلالة ثابتين هما السماحية الكهربائية والنفاذية المغناطيسية، وحسب مبدأ النسبية، فإن قيم هذه الثوابت لا يجب أن تتغير مهما كانت سرعة المرجع القصوري الذي نرصدها منه، وبالتالي، فسرعة الضوء كذلك يجب أن تكون ثابتة مهما كان المرجع الذي نحسب سرعة الضوء منه! وهذا يقودنا للمسلمة الثانية من مسلمات النسبية الخاصة.

2. **المسلمة الثانية: ثبات سرعة الضوء: سرعة الضوء هي نفسها بالنسبة لجميع المراجع القصورية.**

لنفهم هذا المبدأ جيدا، لنفترض أنك تسير بسرعة الضوء، ثم أنرت أضواء الكشافات أمامك، ما ستراه هو أن الضوء المنبعث من الكشافات يسير بسرعة الضوء، أي أنه يسبقك بثلاثمائة ألف كيلومتر كل ثانية.

أما بالنسبة لشخص ثابت، فسيرى أيضا الضوء يسير بسرعة الضوء، ولكنك أيضا تسير بسرعة الضوء، وبالتالي فهذا الشخص الثابت سيرى بأنك وشعاع الضوء تسيران معا بنفس السرعة على خلاف ما رأيته أنت، وكأن الزمن متوقف عندك بالنسبة له!

تثبيت سرعة الضوء سبب عدة ظواهر تبدو غريبة لمن يدرس نظرية النسبية الخاصة لأول مرة، فلأننا قمنا بتثبيت سرعة الضوء لتكون نفسها بالنسبة لجميع المراقبين، وبما أن السرعة تساوي المسافة المقطوعة مقسومة على الزمن المار، فإننا نحتاج إلى التلاعب بمقدار هذه المسافة المقطوعة وكذلك بمقدار الزمن المار للحصول دائما على نفس القيمة لسرعة الضوء! وببعض التجارب الذهنية، وجدنا أن المسافة تتقلص في اتجاه الحركة، أما الزمن فيتباطأ.

2) تباطؤ الزمن وتقلص الطول:

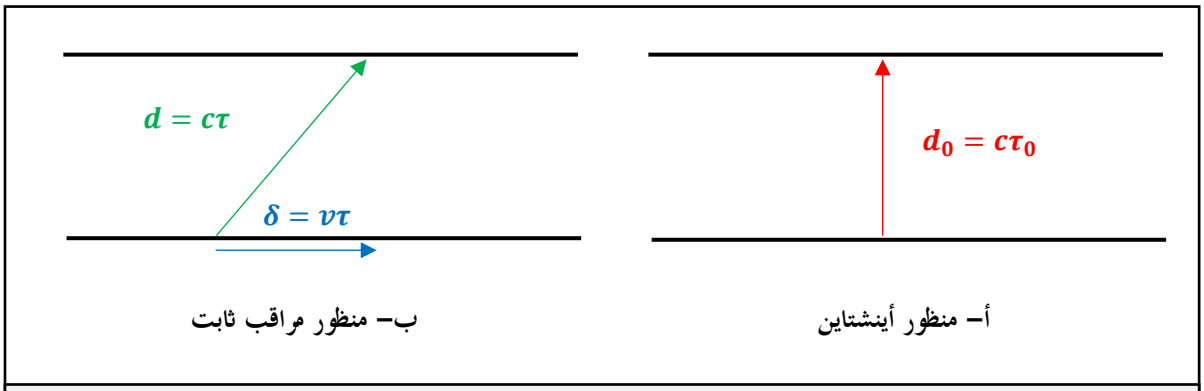
والآن سنقوم بالاعتماد على مسلمتي النسبية الخاصة باشتقاق معادلتي تمدد الزمن وتقلص الطول، ومن خلال هذين المعادلتين، سنتمكن من تحديد مقدار التقلص في طول المتحرك أو مقدار التباطؤ في زمنه.

1. تباطؤ الزمن:

لنقم بالتجربة العقلية التالية: لنفترض أنك تقف ساكنا على الأرض، يركب أينشتاين مركبة تسير بسرعة كبيرة جدا...

لدى أينشتاين ساعة، لكنها ليست كأي ساعة، ساعة أينشتاين فريدة من نوعها، لأنها تعمل بالضوء..

مبدأ عمل ساعة أينشتاين هو كما يلي: تتكون الساعة من صفيحتين متقابلتين، صفيحة علوية وأخرى سفلية، ترسل الصفيحة السفلية فوتونا من الضوء نحو الصفيحة العلوية، ينعكس هذا الفوتون ليعود إلى الصفيحة السفلية، تستشعر الأخيرة لعودة الفوتون إليها، فتسجل نبضة واحدة ثم ترسل فوتونا آخر لتستمر العملية في التكرار وتستمر الساعة في تسجيل نبضات زمنية متساوية...



وثيقة (4–2–1): تجربة عقلية لاشتقاق معادلة تباطؤ الزمن –مركبة أينشتاين–

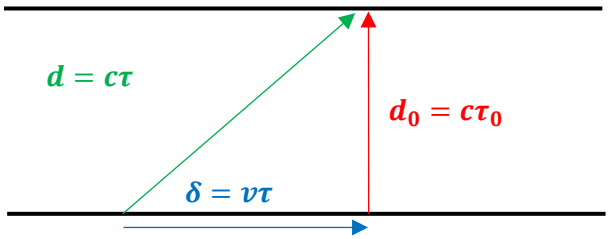
لنركب الآن المركبة مع أينشتاين لنرى كيف ستعمل الساعة حسب وجهة نظره.. وكما تبين الوثيقة (4–2–1–أ)، فوتونات الضوء تنطلق من الصفيحة الأولى نحو الصفيحة الثانية في خط مستقيم طوله يساوي سرعة الضوء مضروبة في مقدار الزمن المسجل (أي طول نبضة زمنية واحدة) ونكتب:

$$d_0 = c\tau_0 \qquad (4.2.A1)$$

الآن.. لنخرج من المركبة، ولنراقب أينشتاين من الخارج، ما يهمنا طبعا هو أن نرى كيف تعمل ساعة أينشتاين لو راقبناها من خارج المركبة، بما أن المركبة تتحرك نحو اليمين، بالتالي ما بداخل المركبة يجب أن يتحرك كذلك نحو اليمين، أينشتاين، والساعة بصفيحتيها، وحتى يخرج الفوتون من الصفيحة الأولى ليصل إلى الصفيحة الثانية وينعكس منها ويعود إلى نفس المكان الذي انطلق منه، يجب أن ينزاح مع المركبة في نفس اتجاه حركتها وبهذا يصبح مسار الفوتون مائلا وغير مستقيم، وهذا ما تمثله الوثيقة (4–2–1–ب).

لكن لا ننسى أن سرعة الضوء ثابتة بالنسبة لجميع المراجع القصورية! هذا يعني أن سرعة الفوتون في مساره المائل تساوي سرعته في المسار المستقيم! وبما أن المسار المائل أطول، فبالتالي سيقطعه الضوء في وقت أطول، إذن سيتمدد طول النبضة الزمنية الواحدة لو نظرنا لها من خارج المركبة!

نقوم بدمج الوثيقتين في وثيقة واحدة، لنحصل على الوثيقة (4–2–2):



وثيقة (4-2-2): تجربة عقلية لاشتقاق معادلة تباطؤ الزمن – النتيجة

يمكننا بسهولة ملاحظة المثلث القائم، ومن خلال نظرية فيثاغورس يمكننا كتابة المعادلة التالية:

$$d_0^2 + \delta^2 = d^2 \qquad (4.2.A2)$$

$$(c\tau_0)^2 + (v\tau)^2 = (c\tau)^2 \qquad (4.2.A3)$$

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\tau_0 \qquad (4.2.A')$$

وللتبسيط نكتب:

$$\tau = \gamma\tau_0 \qquad (4.2.A)$$

علما أن τ_0 هو الزمن الذي يقيسه المتحرك في مرجعه الخاص، و τ هو مقدار الزمن المقاس في مرجع الشخص الثابت.

حيث γ يسمى بمعامل التصحيح، عبارته:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad (4.2.B)$$

يمكننا أن نلاحظ أنه من أجل $v < c$، نجد: $\gamma > 1$، وهذا يعني أن الزمن يمكن أن يتمدد لكن لا يمكن أن يتقلص، أي أن أينشتاين لو ألقى عليك التحية، فإنك ستراه يلقيها عليك بالعرض البطيء، وكلما كانت مركبته أسرع كلما أصبح إلقاؤه للتحية أبطأ.

قد يعتقد البعض أنه بناء على هذا، فلو ألقيت أنت التحية على أينشتاين فسيراك تلقيها بسرعة وسيرى كل شيء في مرجعك وزمنه قد تسارع، لكن هذا مخالف لمبدأ النسبية، فمبدأ النسبية يقول أنه لا فرق بتاتا بين ثابت ومتحرك، فلو رآك أينشتاين وأنت تلقي عليه التحية بسرعة، فهذا يعني أن أينشتاين سيستنتج من ذلك أن مركبته هي التي تسير وهذا لا معنى له، إذن، فما سيحصل حقيقة أن أينشتاين أيضا

سيرى زمنك وقد تباطأ، وسيراك تلقي عليه التحية بالعرض البطيء، فلا يوجد أي فرق بين شخص متحرك وشخص ثابت، فلا وجود لمرجع مطلق في هذا الكون، ولا وجود لمعيار يمكننا أن نعرف من خلاله أيكما ساكن وأيكما يتحرك.

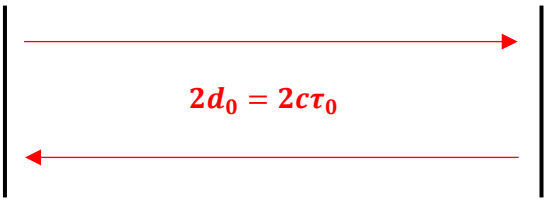
وهذا سيراه البعض غير منطقي! فإن كان زمن أينشتاين يتمدد بالنسبة لك، وزمنك يتمدد بالنسبة لأينشتاين، فمن منكما الصحيح! كيف يمكن أن نتخيل ساعتين كل واحدة فيهما تسير بشكل أبطأ من الساعة الأخرى؟! والإجابة أن كل واحد منكما صحيح ضمن إطاره المرجعي، ولا يوجد إطار مرجعي مطلق نحدد من خلاله أيكما الصحيح.
إلى هنا كل شيء منطقي، إلى أن تم طرح مفارقة التوأم، تخيل أن توأما أحدهما بقي على الأرض والآخر سافر بسرعة كبيرة ثم عاد إلى الأرض، بالنسبة للأخ على الأرض سيرى زمن أخيه وهو يتباطأ، وبالتالي فالأخ المسافر حين عودته سيكون أصغر سنا، أما بالنسبة للأخ المسافر فإنه سيرى أخاه على الأرض وزمنه يتباطأ، إذن فالأخ على الأرض هو من سيكون أصغر سنا! طبعا في هذه الحالة يجب أن تكون هناك إجابة واحدة صحيحة ولا يمكن أن نقبل كلتا الإجابتين! وفي الفصول القادمة سنفصل في حل هذه المفارقة.

قد يتبادر في ذهن البعض سؤال مهم، لماذا لا يمكننا أن نشعر بتأثير التباطؤ الزمني في حياتنا الاعتيادية؟ والإجابة أن سرعاتنا العادية أصغر بكثير من سرعة الضوء، ومن أجل $v \ll c$، فإن قيمة معامل التصحيح تؤول إلى $1\ (\gamma \approx 1)$، ولو عوضنا بها في معادلة تمدد الزمن سنجد أن $\tau \approx \tau_0$، وهذا يعني عدم وجود تمدد زمني ملحوظ، وهذا يفسر سبب عدم ملاحظتنا لتمدد الزمن في حياتنا العادية...

يرجى الانتباه إلى أن استخدام أي نوع من الساعات في التجربة العقلية السابقة يعطينا نفس النتيجة، لكننا قمنا باستخدام ساعة تعمل بالضوء فقط لأن النسبية الخاصة تقوم على مبدأ ثبات سرعة الضوء، فساعة كهذه تمكننا من وضع المعادلات اللازمة.

2. تقلص الطول:

لاشتقاق المعادلة التي تصف تقلص الطول، نحتاج إلى إعادة نفس التجربة السابقة، لكن هذه المرة مع تعديل بسيط، سنقوم بتدوير الساعة 90 درجة..
لننظر إلى هذه الساعة أولا من منظور أينشتاين الوثيقة (4-2-3)، ما سيراه أينشتاين هو شعاع ضوء يقطع المسافة d_0 ذهابا وإيابا في زمن مقداره $2\tau_0$، وهذا حتى الآن طبيعي جدا.



وثيقة (4-2-3): تجربة عقلية لاشتقاق معادلة تقلص الطول –منظور أينشتاين–

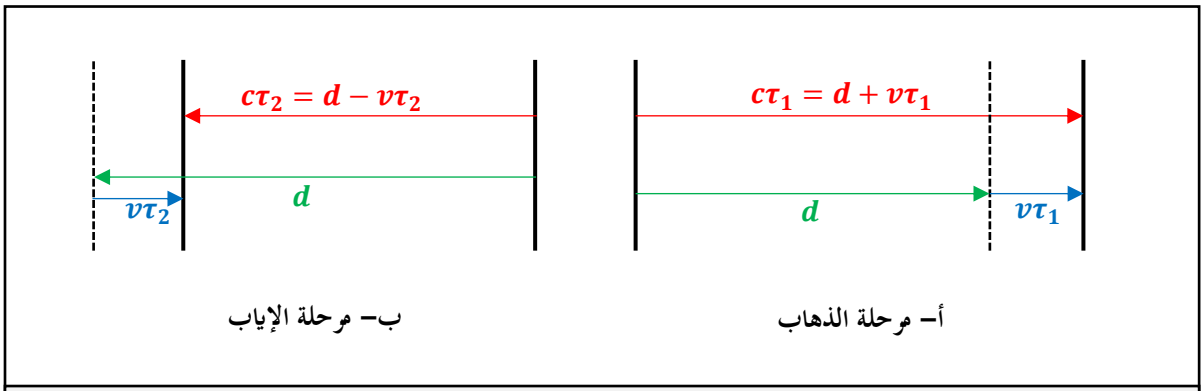
ونكتب:

$$c\tau_0 = d_0 \qquad (4.2.C)$$

لكن التعقيد يبدأ لو خرجنا من المركبة ووقفنا بجانبك لنراقب ساعة أينشتاين!

ببساطة سنرى الضوء يسافر نحو الصفيحة الثانية ثم ينعكس ليعود مجددا إلى الصفيحة الأولى في زمن مقداره 2τ، وحتى نبسط الأمر، سنقوم بتقسيم هاته الرحلة القصيرة إلى مرحلتين..

مرحلة الذهاب: في هذه المرحلة يسافر الفوتون في نفس اتجاه سير المركبة، إذن فهو يسير نحو الصفيحة الثانية، وفي نفس الوقت تبتعد الصفيحة الثانية عنه بسبب سير المركبة، إذن، فالفوتون سيقطع مسافة تساوي المسافة d مضافا إليها انزياح يحدث بسبب حركة المركبة، ويساوي سرعة المركبة مضروبة في الزمن المستغرق وهو زمن المرحلة الأولى ونرمز له بـ τ_1. الوثيقة (4-2-4-أ).



وثيقة (4-2-4): تجربة عقلية لاشتقاق معادلة تقلص الطول -منظور المراقب الثابت-

إذن:

$$d_1 = d + v\tau_1 \qquad (4.2.D1)$$

من جهة أخرى، بما أن الفوتون قطع المرحلة الأولى بسرعة الضوء، فببساطة المسافة المقطوعة في المرحلة الأولى تساوي سرعة الضوء مضروبة في الزمن τ_1، أي:

$$d_1 = c\tau_1 \qquad (4.2.D2)$$

وبهذا نحصل على المعادلة التالية:

$$c\tau_1 = d + v\tau_1$$

بالتبسيط نجد:

$$\boldsymbol{\tau_1 = \frac{d}{c - v}} \qquad (4.2.\,\mathrm{D})$$

مرحلة الإياب: في هذه المرحلة ينعكس الفوتون عائدا من الصفيحة الثانية نحو الصفيحة الأولى، ولكن هذه المرة، يسافر عكس اتجاه سير المركبة، وهذا يعني أن الصفيحة الأولى تقترب منه هذه المرة، في هذه الحالة، فإن المسافة التي يقطعها الضوء في المرحلة الثانية يساوي سرعة الضوء مضروبة في المسافة بين الصفيحتين d، لكن هذه المرة نطرح منها مقدار الانزياح، الذي يساوي سرعة المركبة مضروبة في زمن المرحلة الثانية τ_2. الوثيقة (4-2-4-ب).

ونكتب:

$$d_2 = d - v\tau_2 \qquad (4.2.\,\mathrm{E1})$$

علما أن:

$$d_2 = c\tau_2 \qquad (4.2.\,\mathrm{E2})$$

نتبع نفس خطوات المرحلة الأولى لنجد أن:

$$\boldsymbol{\tau_2 = \frac{d}{c + v}} \qquad (4.2.\,\mathrm{E})$$

لنعرف الزمن الذي قطع فيه الفوتون كلا المرحلتين نقوم بجمع τ_1 وτ_2 وذلك باستغلال (4.2. D) و(4.2. E)، فنتحصل على:

$$\boldsymbol{2\tau = \frac{d}{c - v} + \frac{d}{c + v}} \qquad (4.2.\,\mathrm{F1})$$

$$2\tau = \frac{d(c + v) + d(c - v)}{(c - v)(c + v)}$$

$$2\tau = \frac{2cd}{c^2 - v^2}$$

$$c\tau = \frac{d}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\boldsymbol{c\tau = \gamma^2 d} \qquad (4.2.\,\mathrm{F})$$

بالاستعانة بكل من (4.2. C) و(4.2. A) والتعويض في (4.2. F) نجد:

$$\boldsymbol{d = \frac{d_0}{\gamma}} \qquad (4.2.\,G)$$

بما أن γ أكبر تماما من 1، فهذا يعني أن الطول دائما يتقلص في اتجاه الحركة، فلو نظرت لأينشتاين فستجد أنه أصبح نحيفا، وكذلك سيراك أينشتاين لو نظر إليك!

وأيضا، لا يمكن الحكم أيكما الصحيح، فكلاكما صحيح ضمن إطاره المرجعي، لكن هناك مفارقة ظاهرية تسمى بمفارقة النفق، وتعتمد على تأثير تقلص الطول، وباختصار تقول هذه المفارقة أنه لو مر قطار من خلال نفق، ففي مرجع شخص ثابت، سيرى أن القطار أقصر من النفق، وبالتالي يمكن إغلاق النفق والقطار بداخله، لكن في مرجع القطار، النفق أقصر من القطار! وبالتالي لا يمكن إغلاق النفق والقطار محتوى بالكامل داخله! في الفصول القادمة سنتطرق إلى هذه المفارقة بمزيد من التفصيل.

هذه الطريقة لاشتقاق معادلة تقلص الطول ربما ستكون معقدة قليلا، لذلك وددت أن أورد طريقة أخرى أبسط.

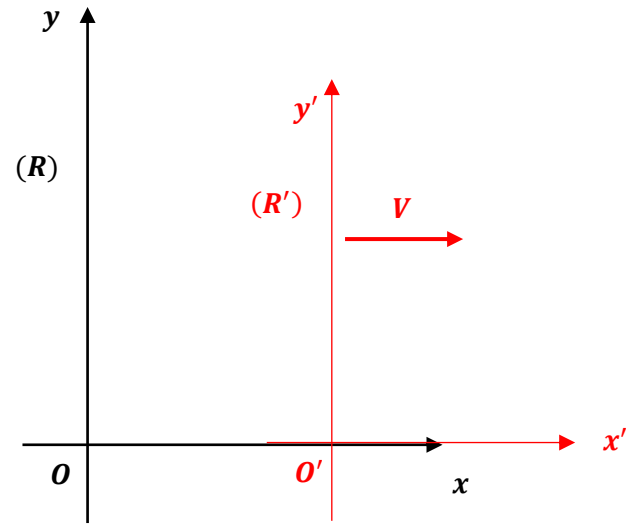
تخيل أن أينشتاين بمركبته يريد السفر إلى المريخ، دعنا نتفق أن كلاكما متفق بخصوص السرعة النسبية التي يسير بها أحدكما بالنسبة للآخر، لكنك ستجد أن أينشتاين قطع المسافة إلى المريخ في زمن مقداره t بينما يرى أينشتاين أنه قطع المسافة إلى المريخ في زمن مقداره t'! فطبعا هناك خطأ هنا، بما أن كلاكما يقيس نفس السرعة، فيجب أن تتقلص المسافة كما يراها أينشتاين بنفس المقدار الذي تباطأ به زمنه، وبهذا نحصل على العلاقة (4.2. G).

وكما أن تأثير تباطؤ الزمن يحتاج سرعة كبيرة حتى يصبح ملحوظا، فكذلك تأثير تقلص الطول، لا يمكن ملاحظته في حالة السرعات الصغيرة.

3) تحويلات لورنتز:

والآن حان الوقت لنشتق تحويلات لورنتز انطلاقا من مسلمتي نظرية النسبية الخاصة..

لنفترض أن أينشتاين مر بمركبته عليك في اللحظة $t = t' = 0$، وفي هذه اللحظة انطلق شعاع ضوء من المركبة في جميع الاتجاهات.
نمثل أينشتاين بالنقطة O' ونمثل موقعك بالنقطة O، مركزي المرجعين R' وR على الترتيب. الوثيقة (4-3-1)



وثيقة (4-3-1): المعلمين R و R'

الإحداثيات الزمكانية لنقطة ما كما يراها أينشتاين تكتب كما يلي:

$$\underline{S'} = \begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} \qquad (4.3.A')$$

بينما نكتب الإحداثيات الزمكانية لنقطة كما تراها أنت كما يلي:

$$\underline{S} = \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \qquad (4.3.A)$$

الشعاعان $\underline{S}$، و $\underline{S'}$ هما شعاعان بأربعة أبعاد، وسنتعرف عليهما أكثر في الفصل الخاص بفضاء مينكوفسكي.

وكما ترى فإن المركبة الأولى للأشعة تمثل الزمن، بينما باقي المركبات تمثل المسافة، وهذه مشكلة، فنحن نريد من الشعاع أن يكون لجميع مركباته نفس الوحدة، ولكي تتماشى المركبة الأولى مع باقي المركبات قمنا بضربها في سرعة الضوء، وحينها ستمثل الزمن لكن هذه المرة بوحدة المسافة، فكأنني بدلا من أن أقول لك **"الزمن الذي مر ثانية واحدة"**، سأقول: **"الزمن الذي مر هو نفس الزمن الذي يقطع فيه الضوء ثلاثمائة ألف كلم"** العبارتان متكافئتان ولهما نفس المعنى، لكن في العبارة الأولى أعطيتك مقدارا زمنيا بشكل مباشر، وفي الثانية أعطيتك مسافة لأعبر عن الزمن بطريقة غير مباشرة.

نفرض أن مرجعيكما مرتبطان خطيا بما أن كليهما يعتبر مرجعا قصوريا، إذن نكتب التحويلات من الشكل:

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} & a_{03} \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{20} & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{30} & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \qquad (4.3.\text{B1})$$

حيث: a_{ij} ثوابت لا تتعلق بالموقع أو الزمن.

وبالتالي:

$$\begin{cases} ct' = a_{00}ct + a_{01}x + a_{02}y + a_{03}z \\ x' = a_{10}ct + a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z \\ y' = a_{20}ct + a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z \\ z' = a_{30}ct + a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z \end{cases} \qquad (4.3.\text{B1}')$$

نأخذ: $z = z'$، و$y = y'$، بفرض أنك وأينشتاين لا تتحركان على هذين المحورين. نقوم بالتبسيط لنحصل على:

$$\begin{cases} ct' = a_{00}ct + a_{01}x + a_{02}y + a_{03}z \\ x' = a_{10}ct + a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z \\ y' = y \\ z' = z \end{cases} \qquad (4.3.\text{B2})$$

في اللحظة $t = 0$ لدينا: $t' = 0$، و $x = x' = 0$، بالتعويض نجد:

$$\begin{cases} 0 = a_{00} \times 0 + a_{01} \times 0 + a_{02}y + a_{03}z \\ 0 = a_{10} \times 0 + a_{11} \times 0 + a_{12}y + a_{13}z \end{cases}$$

وبالتالي:

$$\begin{cases} a_{02}y + a_{03}z = 0 \\ a_{12}y + a_{13}z = 0 \end{cases} \qquad (4.3.\text{B3})$$

بتعويض هذه النتيجة في (4.3.B2) نجد:

$$\begin{cases} ct' = a_{00}ct + a_{01}x \\ x' = a_{10}ct + a_{11}x \\ y' = y \\ z' = z \end{cases} \qquad (4.3.\text{B4})$$

والآن، لنعد إلى شعاع الضوء الذي انطلق من المركبة في اللحظة الابتدائية.

وباستخدام مبدأ ثبات سرعة الضوء، نجد أن المسافة التي قطعها شعاع الضوء بالنسبة لك يجب أن تساوي المسافة التي قطعها بالنسبة لأينشتاين، نعلم أن طول شعاع الضوء بالنسبة لك يساوي سرعة الضوء مضروبة في الزمن، ونكتب:

$$r = ct \qquad (4.3.C1)$$

نعلم أن r طول شعاع الضوء يساوي بدلالة الإحداثيات الديكارتية:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \qquad (4.3.C2)$$

وبالتالي:

$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = ct \qquad (4.3.C3)$$

بتربيع الطرفين نحصل على المعادلة التالية:

$$c^2t^2 - (x^2 + y^2 + z^2) = 0 \qquad (4.3.C)$$

وحتى نحصل على المعادلة الخاصة بوجهة نظر أينشتاين نقوم بنفس الخطوات لنجد:

$$c^2t'^2 - \left(x'^2 + y'^2 + z'^2\right) = 0 \qquad (4.3.C')$$

والآن لنقم باستغلال $(4.3.B4)$ وتعويضها في $(4.3.C')$ فنجد:

$$(a_{00}ct + a_{01}x)^2 - ((a_{10}ct + a_{11}x)^2 + y^2 + z^2) = 0$$

نقوم بالنشر والتبسيط فنجد:

$$(a_{00}^2 - a_{10}^2)c^2t^2 - (a_{11}^2 - a_{01}^2)x^2 + 2(a_{00}a_{01} - a_{10}a_{11})ctx = 0$$

وبهذا نحصل على جملة معادلتين:

$$\begin{cases} c^2t^2 - x^2 = 0 \\ (a_{00}^2 - a_{10}^2)c^2t^2 - (a_{11}^2 - a_{01}^2)x^2 + 2(a_{00}a_{01} - a_{10}a_{11})ctx = 0 \end{cases} \qquad (4.3.D1)$$

بالمطابقة بين المعادلتين نجد:

$$\begin{cases} a_{00}^2 - a_{10}^2 = 1 \\ a_{11}^2 - a_{01}^2 = 1 \\ a_{00}a_{01} = a_{10}a_{11} \end{cases} \qquad (4.3.D2)$$

لدينا من الجملة السابقة:

$$\begin{cases} a_{00} = \pm\sqrt{1 + a_{10}^2} \\ a_{11} = \pm\sqrt{1 + a_{01}^2} \end{cases} \qquad (4.3.D3)$$

نعلم أن الزمن لا يمر عليك وعلى أينشتاين بنفس الطريقة، وكذلك كلاكما لا يرى نفس الطول لجسم معين، لكن الاتجاه محفوظ، فكلاكما يسير من الماضي إلى المستقبل، وكذلك كلاكما يرى الأشياء متجهة بنفس الاتجاه.. وحتى تحقق معادلة التحويل ذلك، يجب أن نأخذ a_{00} و a_{11} بقيم موجبة، ونكتب:

$$\begin{cases} a_{00} = \sqrt{1 + a_{10}^2} \\ a_{11} = \sqrt{1 + a_{01}^2} \end{cases} \qquad (4.3.D4)$$

بالتعويض في المعادلة الثالثة في (4.3.D2) نجد:

$$a_{01}\sqrt{1 + a_{10}^2} = a_{10}\sqrt{1 + a_{01}^2} \qquad (4.3.D5)$$

من المعادلة السابقة نجد أن:

$$a_{01} = a_{10} \qquad (4.3.D6)$$

وبالتالي من خلال المعادلة الثالثة في (4.3.D2) نجد:

$$a_{00} = a_{11} \qquad (4.3.D7)$$

والآن أصبح بإمكاننا كتابة (4.3.B4) بدلالة متغير واحد فقط a_{01} كما يلي:

$$\begin{cases} ct' = \sqrt{1 + a_{01}^2}\,ct + a_{01}x \\ x' = a_{01}ct + \sqrt{1 + a_{01}^2}\,x \\ y' = y \\ z' = z \end{cases} \qquad (4.3.B5)$$

نفرض أن:

$$\begin{cases} a = \sqrt{1 + a_{01}^2} \\ b = \dfrac{a_{01}}{\sqrt{1 + a_{01}^2}} \end{cases} \qquad (4.3.\text{B6})$$

إذن:

$$\begin{cases} ct' = a(ct + bx) \\ x' = a(bct + x) \\ y' = y \\ z' = z \end{cases} \qquad (4.3.\text{B7})$$

والآن، كل ما بقي لنا هو إيجاد عبارتي a وb بدلالة سرعة أينشتاين بالنسبة لك v.

نعلم أنه في لحظة زمنية t يكون أينشتاين قد تحرك بالنسبة لك بمسافة d وفي زمن مقداره t ونكتب:

$$v = \frac{d}{t} \qquad (4.3.\text{E1})$$

الآن لو تساءلنا، ماذا سيرى أينشتاين؟

فالإجابة ستكون أنه سيراك وقد قطعت مسافة مقدارها x' في زمن مقداره t' بنفس السرعة v ولكن في الاتجاه المعاكس، ونكتب:

$$v = -\frac{x'}{t'} \qquad (4.3.\text{E2})$$

الإشارة السالبة وضعت هنا بسبب تغير الاتجاه، فمن البديهي أنني لو سرت جنوبا ثم نظرت إليك فإنني سأراك تسير شمالا...

المسافة المقطوعة تساوي موقع النقطة O (موقعك) مطروحا منه موقع النقطة O' (موقع أينشتاين).

موقع النقطة O' بالنسبة لأينشتاين هو المبدأ! وبالتالي كل ما يهمنا هو موقع النقطة O كما يراها أينشتاين، ولكن كل ما نعرفه الآن هو موقع هذه النقطة بالنسبة لك، ولذلك، نستخدم عبارة التحويل (4.3.B7) لنرى كيف سيرى أينشتاين النقطة O:

$$\begin{cases} ct' = a(ct + bx) \\ x' = a(bct + x) \end{cases} \qquad (4.3.\text{E3})$$

نعلم أن موقعك في مرجعك هو المبدأ، وبالتالي: $x = 0$، بالتعويض نجد:

$$\begin{cases} t' = at \\ x' = abct \end{cases} \qquad (4.3.\text{E4})$$

نقوم بالتعويض في (4.3. E2) لنجد

$$v = -\frac{abct}{at} \qquad (4.3.\text{E5})$$

وأخيرا:

$$v = -bc \qquad (4.3.\text{E6})$$

إذن:

$$\boldsymbol{b = -\frac{v}{c} = -}$$

حيث تمثل β سرعة المراقب بالنسبة لسرعة الضوء.

لم يتبق لنا سوى أن نعوض لنجد قيمة a:

باستغلال المعادلة الثانية من (4.3. B6) نجد:

$$b^2 = \frac{a_{01}^2}{1 + a_{01}^2} \qquad (4.3.\text{F1})$$

$$b^2(1 + a_{01}^2) = a_{01}^2$$

$$b^2 = a_{01}^2(1 - b^2)$$

$$a_{01}^2 = \frac{b^2}{1 - b^2} \qquad (4.3.\text{F2})$$

من جهة أخرى باستغلال المعادلة الأولى في (4.3. B6) نجد:

$$a = \sqrt{1 + a_{01}^2} \qquad (4.3.\text{F3})$$

بتعويض (4.3. F2) في (4.3. F3) نجد:

$$a = \sqrt{1 + \frac{b^2}{1 - b^2}}$$

$$a = \sqrt{\frac{1}{1 - b^2}} \qquad (4.3.\text{F4})$$

نقوم بتعويض (4.3. E) في (4.3. F4) لنجد:

$$\boldsymbol{a = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma} \qquad (4.3.\text{F})$$

نقوم أخيرا بتعويض ما تحصلنا عليه من (4.3. E) و(4.3. F) في (4.3. B7) وبهذا تصبح عبارة تحويل لورنتز النهائية بالشكل التالي:

$$\begin{cases} \boldsymbol{ct' = \gamma(ct - \beta x)} \\ \boldsymbol{x' = \gamma(-\beta ct + x)} \\ \boldsymbol{y' = y} \\ \boldsymbol{z' = z} \end{cases} \quad ; \quad \boldsymbol{\gamma = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}}} \quad ; \quad \boldsymbol{\beta = \frac{v}{c}} \qquad (4.3.\text{G})$$

وبهذا نكون قد اشتققنا تحويلات لورنتز باستخدام مسلمات النسبية الخاصة، ويمكن كتابتها على شكل مصفوفة كما يلي:

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{ct'} \\ \boldsymbol{x'} \\ \boldsymbol{y'} \\ \boldsymbol{z'} \end{pmatrix} = \boldsymbol{\hat{L}} \begin{pmatrix} \boldsymbol{ct} \\ \boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{y} \\ \boldsymbol{z} \end{pmatrix} \qquad (4.3.\text{H})$$

حيث $\boldsymbol{\hat{L}}$ هي مصفوفة لورنتز، ويمكن كتابتها كما يلي:

$$\boldsymbol{\hat{L}} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\gamma} & \boldsymbol{-\gamma\beta} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{-\gamma\beta} & \boldsymbol{\gamma} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{1} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{1} \end{pmatrix} \qquad (4.3.\text{I})$$

ولتبسيط الكتابة، يمكننا الاكتفاء ببعدين طالما أن $y = y'$ و$z = z'$، ونكتب:

$$\boldsymbol{\hat{L}} = \boldsymbol{\gamma} \begin{pmatrix} \boldsymbol{1} & \boldsymbol{-\beta} \\ \boldsymbol{-\beta} & \boldsymbol{1} \end{pmatrix} \qquad (4.3.\text{J})$$

من أجل الحصول على التحويلات العكسية نستخدم مبدأ النسبية، نعلم أنه لا يوجد فرق بين شخص متحرك وشخص ساكن، الفرق الوحيد هو الاتجاه، فلو اتجه أحدنا شمالا فإنه سيرى الآخر يتجه جنوبا، فكل ما سيتغير من أجل $\widehat{L^{-1}}$ هو إشارة β، ونكتب:

$$\boldsymbol{\widehat{L^{-1}} = \gamma \begin{pmatrix} 1 & \beta \\ \beta & 1 \end{pmatrix}} \quad ; \quad \boldsymbol{\widehat{L^{-1}} = \left(\hat{L}\right)^{-1}} \qquad (4.3.\text{K})$$

وبهذا نكتب التحويلات العكسية كما يلي:

$$\begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \widehat{L^{-1}} \begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} \qquad (4.3.\,\mathrm{L})$$

أو:

$$\begin{cases} ct = \gamma(ct' + \beta x') \\ x = \gamma(\beta ct' + x') \\ y = y' \\ z = z' \end{cases} \qquad (4.3.\,\mathrm{G}')$$

4) تحويلات السرعة والتسارع:

الآن وبعد أن اشتققنا تحويلات لورنتز، والتي تمكننا من التحول من مرجع إلى آخر، يمكننا المضي قدما لاشتقاق تحويلات السرعة.

لنفترض أن مركبة أينشتاين تحتوي على قاذفة في مقدمتها، يقذف أينشتاين قذيفة بسرعة v' بالنسبة له، المطلوب منا هو معرفة سرعة القذيفة v كما يراها الشخص الثابت.

نمثل موقع القذيفة بالنسبة لأينشتاين عند لحظة زمنية كما يلي:

$$\overrightarrow{A'} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} \qquad (4.4.\,\mathrm{A}')$$

أما موقعها بالنسبة للمراقب الثابت فسيكون:

$$\vec{A} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \qquad (4.4.\,\mathrm{A})$$

حتى نعرف سرعة القذيفة على المحور Ox بالنسبة للشخص الثابت v_x بدلالة سرعتها بالنسبة لأينشتاين v'_x، نقوم بكتابة موقعها على المحور Ox بالنسبة له x بدلالة موقعها كما يراه أينشتاين x'، ثم نقوم بحساب التفاضل بالنسبة للزمن الخاص بالشخص الثابت.

مبدئيا، نعلم أن سرعة القذيفة بالنسبة لأينشتاين تساوي موقع القذيفة كما يراه أينشتاين، مقسوما على الزمن الذي قاسه أينشتاين، ونكتب:

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'} \qquad (4.4.\,\mathrm{B1}')$$

بالنسبة لسرعتها بالنسبة للمراقب الثابت، فهي ببساطة تساوي موقع القذيفة، مقسوما على الزمن، فنكتب:

$$v_x = \frac{dx}{dt} \qquad (4.4.\,B1)$$

بالعودة إلى $(4.3.\,G')$، نقوم بحساب تفاضل كل من ct وx ثم نقوم بالتبسيط لنجد:

$$\begin{cases} dt = \gamma\left(dt' + \dfrac{\beta}{c}dx'\right) \\ dx = \gamma(\beta c dt' + dx') \end{cases} \qquad (4.4.\,B2)$$

بالتعويض في $(4.4.\,B1)$ نجد:

$$v_x = \frac{\gamma(\beta c dt' + dx')}{\gamma\left(dt' + \dfrac{\beta}{c}dx'\right)} \qquad (4.4.\,B3)$$

نقوم بالتبسيط ونقسم كلا من البسط والمقام على dt'، للاختزال فنجد:

$$v_x = \frac{\beta c + \dfrac{dx'}{dt'}}{1 + \dfrac{\beta}{c}\dfrac{dx'}{dt'}} \qquad (4.4.\,B4)$$

باستغلال $(4.4.\,B1')$ نجد أخيرا:

$$\boldsymbol{v_x = \frac{V + v'_x}{1 + \dfrac{V v'_x}{c^2}}} \qquad (4.4.\,B)$$

والآن، بقيت لنا مركبة السرعة على المحورين Oy وOz، لنقم معا بنفس الخطوات السابقة لكن هذه المرة بالنسبة لباقي المركبتين للسرعة.

بكل بساطة، نعلم أن السرعة كما يقيسها المراقب الثابت على المحور Oy يمكن كتابتها كما يلي:

$$v_y = \frac{dy}{dt} \qquad (4.4.\,C1)$$

أما بالنسبة لأينشتاين فنكتبها كما يلي:

$$v'_y = \frac{dy'}{dt'} \qquad (4.4.\,C1')$$

نعود مجددا إلى $(4.3.\mathrm{G}')$، ثم نحسب تفاضل ct وy ثم نبسط لنجد:

$$\begin{cases} dt = \gamma\left(dt' + \dfrac{\beta}{c}dx'\right) \\ dy = dy' \end{cases} \qquad (4.4.\mathrm{C2})$$

بتعويض $(4.4.\mathrm{C2})$ في $(4.4.\mathrm{C1})$ نجد:

$$v_y = \frac{dy'}{\gamma\left(dt' + \dfrac{\beta}{c}dx'\right)} \qquad (4.4.\mathrm{C3})$$

ثم نكمل باقي الخطوات من اختزال وتعويض لنجد أخيرا:

$$\boldsymbol{v_y = \frac{1}{\gamma}\frac{v'_y}{1 + \dfrac{Vv'_x}{c^2}}} \qquad (4.4.\mathrm{C})$$

من أجل v_z نقوم بنفس الخطوات لنحصل على:

$$\boldsymbol{v_z = \frac{1}{\gamma}\frac{v'_z}{1 + \dfrac{Vv'_x}{c^2}}} \qquad (4.4.\mathrm{D})$$

لنفترض أن سرعة المركبة تساوي 99% من سرعة الضوء، وسرعة القذيفة بالنسبة للمركبة في الاتجاه x تساوي 99% من سرعة الضوء، حسب تحويلات السرعة الكلاسيكية، نستخدم قانون جمع السرعات، ونجد في هذه الحالة أن سرعة القذيفة بالنسبة لشخص خارج المركبة ستساوي: $99\% + 99\% = 198\%$ وبالتالي فسرعة القذيفة ستكون 198% من سرعة الضوء، أي أنها تتجاوز سرعة الضوء!

لكن باستخدام تحويلات السرعة التي اشتققناها من تحويلات لورنتز، سنحصل على ما يلي:

$$\frac{v_x}{c} = \frac{\dfrac{V}{c} + \dfrac{v'_x}{c}}{1 + \dfrac{Vv'_x}{c^2}} = \frac{99\% + 99\%}{1 + (99\%)^2} = \frac{99\% + 99\%}{1 + (99\%)^2} = \boldsymbol{99.99\%}$$

نلاحظ أن سرعة القذيفة تقترب من سرعة الضوء ولكن لا يمكنها بأي حال من الأحوال أن تصل إليها أو أن تتجاوزها.

وبعد الانتهاء من تحويلات السرعة، نمر سريعا إلى تحويلات التسارع.

لو افترضنا أن أينشتاين يتسارع في حركته داخل المركبة بتسارع a' فكيف ستكون قيمة هذا التسارع لو رصدناها من خارج المركبة؟
كل ما سنفعله هو أن نحسب تفاضل سرعة أينشتاين بالنسبة للزمن في 3 أبعاد للحصول على التسارع:

إيجاد a_x:

نعلم أن تسارع القذيفة بالنسبة للشخص الثابت تكتب كما يلي:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} \qquad (4.4.\text{E1})$$

أما بالنسبة لأينشتاين فنكتبها كما يلي:

$$a'_x = \frac{dv'_x}{dt'} \qquad (4.4.\text{E1}')$$

نقوم بحساب تفاضل عبارة السرعة v_x بالنسبة لـv'_x ثم نبسط لنجد:

$$dv_x = d\left(\frac{V + v'_x}{1 + \frac{Vv'_x}{c^2}}\right) = \left(\frac{1}{\gamma\left(1 + \frac{Vv'_x}{c^2}\right)}\right)^2 dv'_x \qquad (4.4.\text{E2})$$

نكتب dt بدلالة dt' ثم نعوض (4.4.E2) في (4.4.E1) لنجد:

$$a_x = \frac{\left(\frac{1}{\gamma\left(1 + \frac{Vv'_x}{c^2}\right)}\right)^2 dv'_x}{\gamma dt'\left(1 + \frac{\beta}{c}\frac{dx'}{dt'}\right)} \qquad (4.4.\text{E3})$$

بالتبسيط وباستغلال (4.4.E1′) نجد أخيرا:

$$\boldsymbol{a_x = \frac{1}{\gamma^3}\frac{1}{\left(1 + \frac{Vv'_x}{c^2}\right)^3}a'_x} \qquad (4.4.\text{E})$$

إيجاد a_y:

وجدنا قبل قليل عبارة v_y بدلالة v'_y، لإيجاد a_y بدلالة a'_y نقوم بنفس الخطوات المتمثلة في اشتقاق عبارة السرعة بالنسبة للزمن، لدينا:

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} \qquad (4.4.F1)$$

$$a'_y = \frac{dv'_y}{dt'} \qquad (4.4.F1')$$

نقوم بحساب تفاضل عبارة v_y المكتوبة بدلالة v'_y فنجد:

$$dv_y = \frac{1}{\gamma}\frac{\left(1+\frac{Vv'_x}{c^2}\right)dv'_y - \frac{V}{c^2}v'_y dv'_x}{\left(1+\frac{Vv'_x}{c^2}\right)^2} \qquad (4.4.F2)$$

نعوض $(4.4.F2)$ في $(4.4.F1)$ ثم نبسط ونختزل لنجد:

$$a_y = \frac{1}{\gamma^2}\frac{\left(1+\frac{Vv'_x}{c^2}\right)\frac{dv'_y}{dt'} - \frac{V}{c^2}v'_y\frac{dv'_x}{dt'}}{\left(1+\frac{Vv'_x}{c^2}\right)^3} \qquad (4.4.F3)$$

باستغلال $(4.4.F1')$ نجد أخيرا:

$$\boldsymbol{a_y = \frac{1}{\gamma^2}\left(\frac{a'_y}{\left(1+\frac{Vv'_x}{c^2}\right)^2} - \frac{Vv'_y}{c^2}\frac{a'_x}{\left(1+\frac{Vv'_x}{c^2}\right)^3}\right)} \qquad (4.4.F)$$

لإيجاد a_z نقوم بنفس الخطوات لنحصل على:

$$\boldsymbol{a_z = \frac{1}{\gamma^2}\left(\frac{a'_z}{\left(1+\frac{Vv'_x}{c^2}\right)^2} - \frac{Vv'_z}{c^2}\frac{a'_x}{\left(1+\frac{Vv'_x}{c^2}\right)^3}\right)} \qquad (4.4.G)$$

5) نسبية الآنية:

لم ننته بعد من النتائج الغريبة التي تحصلنا عليها بسبب تثبيتنا لسرعة الضوء، فلو أن شخصان بدآ بالتصفيق بالنسبة لك في نفس الوقت، فهذا لا يعني بالضرورة أنهما فعلا ذلك معا في نفس الوقت بالنسبة لي! إن كنت أسير بسرعة كبيرة، ربما سأرى أحدهما بدأ بالتصفيق، ثم بعد مدة معينة يبدأ الثاني!

لو ألقينا نظرة إلى المعادلة الأولى في تحويلات لورنتز والخاصة بتحويل مركبة الزمن، سنجد ما يلي:

$$ct' = \gamma ct - \boldsymbol{\gamma\beta x} \qquad (4.5)$$

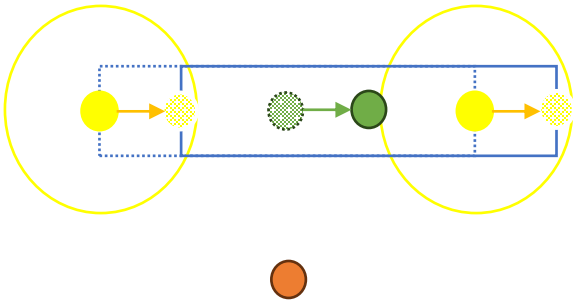
فالمعامل γ المضروب في ct يخبرنا أن الزمن يتباطأ، لكن ما نلاحظه أنه قد تم إضافة $\boldsymbol{-\gamma\beta x}$ وهذه الإضافة لم تكن موجودة في التحويلات الغاليلية، وهي تشير إلى وجود تأخر في التزامن بين المرجعين، ويتعلق هذا التأخر بكل من سرعة المرجع المتحرك، وموقع الحدث.

حتى نفهم كيف ولماذا، لنتخيل ما يلي:

لنفترض أن قطارا يمر عليك وبه صديقك وكعادتك كنت تنظره في المحطة.

لما مر القطار من أمامك وكنت تقابل منتصفه تماما بحيث تكون المسافة بينك وبين الكشافات الخلفية تساوي المسافة بينك وبين الكشافات الأمامية، أنار القطار كشافاته.

والضوء بدأ ينتقل من الكشافات نحو عينك بسرعة الضوء، وبما أنك في المنتصف تماما، فإن الضوء سيصل عينك من الكشافين في نفس الوقت، وبالتالي، فستستنتج أنه تم إنارة الكشافين معا في نفس الوقت.



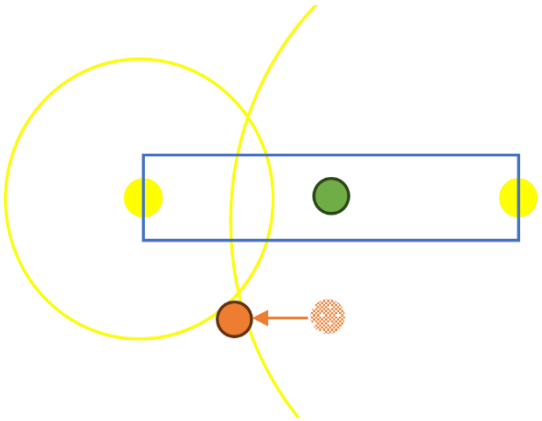
وثيقة (4-5-1): تجربة عقلية لفهم نسبية الآنية – منظور الشخص الثابت

لكن لو نظرت إلى صديقك الذي داخل القطار، فسترى أنه يسير إلى الأمام مقتربا من فوتونات الضوء التي انطلقت من الكشافات الأمامية، ومبتعدا عن تلك التي انطلقت من الكشافات الخلفية، وبهذا، فصديقك سيرى أولا الأضواء الأمامية أنيرت، ثم بعد مدة قصيرة يرى الأضواء الخلفية. الوثيقة (4-5-1).

إذن فما تراه أنت أن الكشافات أنيرت بالفعل في نفس الوقت، وصديقك بسبب حركته يتوهم أنه تم تشغيل الكشافات الأمامية أولا..

المشكلة ليست هنا، فكل ما سبق كلاسيكي جدا!

المشكلة تكمن لو أننا استمعنا إلى وجهة نظر صديقك، فهو يرى أنه بالفعل قد تم تشغيل الكشافات الأمامية أولا ثم الخلفية، لكن بسبب حركتك أنت للخلف توهمت أن الكشافان تم تشغيلهما في نفس الوقت! الوثيقة (4-5-2).



وثيقة (4–5–2): تجربة عقلية لفهم نسبية الآنية – منظور الشخص المتحرك

فمن منكما الصحيح؟ وإجابة هذا السؤال أن كلاكما صحيح ضمن إطاره المرجعي، والنتيجة أنه لا يمكن الحكم بالمطلق على حدثين أنهما حدثا في نفس الوقت! لأن تزامن الأحداث نفسه أصبح نسبيا!

6) انحراف الضوء:

أحد نتائج نظرية النسبية الخاصة، ظاهرة انحراف الضوء، فلو أنك نظرت إلى نجم في السماء وكان يرتفع عنك بزاوية θ، فهذا لا يعني أنه يرتفع عني بنفس الزاوية، حتى ولو كنت أرصد النجم من نفس المكان الذي ترصده أنت منه! فلو كنت أسير بسرعة معينة، فإن زاوية ارتفاع النجم عني ستكون θ' وهدفنا هنا هو البحث عن علاقة بين θ و θ'.

بداية، نعلم أن الضوء يسافر من النجم نحونا بسرعة الضوء، وبالتالي فإن الضوء الذي يخرج من النجم سيسافر بسرعة v_x على المحور x، وبسرعة v_y على المحور y، بحيث تتحقق العلاقة:

$$v_x^2 + v_y^2 = c^2 \qquad (4.6.\,A)$$

علما أن:

$$\begin{cases} v_x = -c\cos\theta \\ v_y = -c\sin\theta \end{cases} \qquad (4.6.\,B)$$

نفس الأمر ينطبق على مرجع الشخص المتحرك، فنجد:

$$v_x'^2 + v_y'^2 = c^2 \qquad (4.6.\,A')$$

$$\begin{cases} v_x' = -c\cos\theta' \\ v_y' = -c\sin\theta' \end{cases} \qquad (4.6.\,B')$$

ولدينا من تحويلات السرعة التي قمنا باشتقاقها مسبقا:

$$v_x = \frac{v'_x + V}{1 + \frac{V v'_x}{c^2}} \qquad (4.4.\mathrm{B})$$

$$v_y = \frac{1}{\gamma} \frac{v'_y}{1 + \frac{V v'_x}{c^2}} \qquad (4.4.\mathrm{C})$$

بتعويض كل من $(4.6.\mathrm{B})$ و$(4.6.\mathrm{B}')$ في كل من $(4.4.\mathrm{B})$ و$(4.4.\mathrm{C})$ نجد:

$$-c\cos\theta = \frac{-c\cos\theta' + V}{1 + \frac{V(-c\cos\theta')}{c^2}} \qquad (4.5.\mathrm{C1})$$

$$-c\sin\theta = \frac{1}{\gamma} \frac{-c\sin\theta'}{1 + \frac{V(-c\cos\theta')}{c^2}} \qquad (4.5.\mathrm{D1})$$

نقوم بالتبسيط ونعوض $\frac{V}{c}$ و $\frac{1}{\gamma}$ بقيمهم بدلالة β لنجد:

$$\cos\theta = \cos\theta' -$$

$$\sin\theta = \sin\theta' \sqrt{1 -}$$

من العلاقات المثلثية يمكننا استنتاج العلاقة التالية:

$$\tan\frac{\theta}{2} = \frac{\sin\theta}{1 + \cos\theta} \qquad (4.5.\mathrm{E})$$

بتعويض $\cos\theta$ و $\sin\theta$ بعبارتهم في $(4.5.C2)$ و $(4.5.D2)$ والقيام بالتبسيط نجد:

$$\tan\frac{\theta}{2} = \sqrt{1 +}$$

7) تأثير دوبلر:

لا شك أنك كنت جالسا على حافة طريق، وفجأة سمعت صوت سيارة إسعاف، والغريب أن صوتها كان رقيقا وهي تقترب منك، وعندما وصلت عندك وبدأت بالابتعاد عنك تغير صوتها ليصبح أكثر خشونة!

الذي حدث للصوت هنا وغير فيه يسمى بتأثير دوبلر.

تأثير دوبلر هو تأثير يحدث للموجات بحيث يتغير ترددها وذلك بسبب حركة المصدر الذي تنطلق منه الموجة، يمكن دراسة تأثير دوبلر على أي نوع من الموجات، وأهمها الموجات الصوتية، والموجات الكهرومغناطيسية (الضوء).

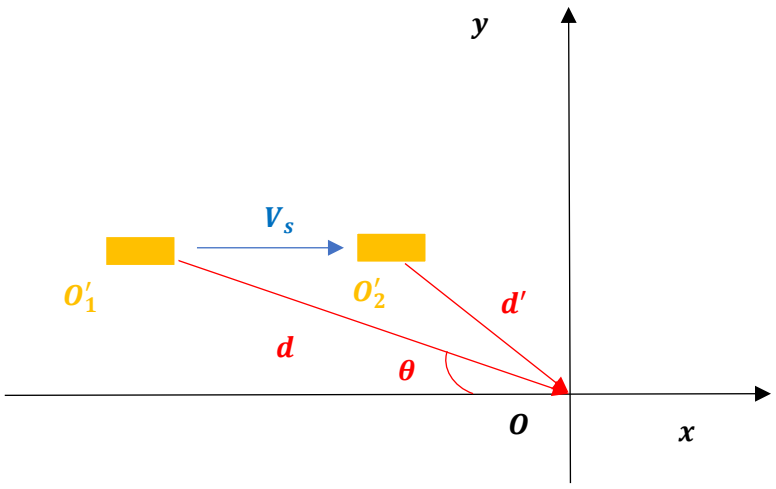
وتأثير دوبلر نوعان، تأثير دوبلر الكلاسيكي، والذي يخضع لتحويلات غاليليو، وتكون نتيجته دقيقة عندما تكون سرعة المصدر أقل بكثير من سرعة الضوء.

وهناك تأثير دوبلر النسبي، والذي يخضع لتحويلات لورنتز، ومعادلته تعطي نتائج أكثر دقة.

تأثير دوبلر الكلاسيكي:

قبل أن نشتق تأثير دوبلر النسبي، لنتمرن أولا على تأثير دوبلر الكلاسيكي.

لنفترض أن هناك سيارة تسير بسرعة V_S تطلق موجة صوتية في جميع الاتجاهات، سرعة انتقال هذه الموجات تعبر عنها V_w، كما هو موضح في الوثيقة التالية:



وثيقة (4-8-1): تأثير دوبلر الكلاسيكي

1- في اللحظة $t_1 = 0$ تنطلق الإشارة الأولى من المصدر.

2- يستقبلها المراقب في النقطة O في اللحظة $t_2 = t_1 + \frac{d}{V_w} = \frac{d}{V_w}$.

3- تنطلق الإشارة الثانية من المصدر بعد مرور زمن دورة واحدة، أي عند $t_3 = t_1 + T_0 = T_0$.

4- تصل الإشارة الثانية إلى المراقب في اللحظة $t_4 = t_3 + \frac{d'}{V_w} = T_0 + \frac{d'}{V_w}$.

هدفنا هو معرفة زمن الدورة بالنسبة للمراقب، بعبارة أخرى، نبحث عن الفرق بين زمن وصول الإشارة الأولى للمراقب، وزمن وصول الإشارة الثانية.

إذن نكتب:

$$T = t_4 - t_2$$

$$T = T_0 + \frac{d' - d}{V_w} \qquad (4.6.A)$$

نبحث عن d' بدلالة d:

لدينا:

$$d^2 = x^2 + y^2 \qquad (4.6.B)$$

$$d'^2 = x'^2 + y'^2 \qquad (4.6.B')$$

نعلم أنه بين انطلاق الإشارة الأولى والثانية زمن محدد وهو زمن الدورة بالنسبة للمصدر، وخلال هذا الزمن يكون المصدر قد تحرك مسافة مقدارها سرعته مضروبة في فرق الزمن، أما على المحور Oy فلا توجد حركة وبالتالي يبقى كما هو، ونكتب:

$$\begin{cases} x' = -x + V_s T_0 \\ y' = y \end{cases} \qquad (4.6.\mathrm{C})$$

بتعويض $(4.6.\mathrm{C})$ في $(4.6.\mathrm{B}')$ نجد:

$$d'^2 = (-x + V_s T_0)^2 + y^2 \qquad (4.6.\mathrm{D1})$$

$$d'^2 = x^2 + V_s^2 T_0^2 - 2x V_s T_0 + y^2 \qquad (4.6.\mathrm{D2})$$

نقوم بتعويض $x^2 + y^2$ بـ d^2 وذلك باستغلال $(4.6.\mathrm{B})$ فنتحصل على:

$$d'^2 = d^2 + V_s^2 T_0^2 - 2x V_s T_0 \qquad (4.6.\mathrm{D2})$$

$$d' = d\sqrt{1 - V_s T_0 \left(\frac{2x - V_s T_0}{d^2}\right)} \qquad (4.6.\mathrm{D3})$$

الطرف $V_s T_0$ أصغر بكثير من $2x$، وذلك لأن $V_s T_0$ يمثل طول موجة الإشارة المرسلة، أمام x التي تمثل موقع المصدر على المحور Ox، وبالتالي يمكن إهماله لنحصل على:

$$d' = d\sqrt{1 - \frac{2x V_s T_0}{d^2}} \qquad (4.6.\mathrm{D4})$$

أيضا d^2 أكبر بكثير من $2x V_s T_0$، لكن هذه المرة لن نهمل هذا الطرف تماما وإنما نقوم باستخدام متسلسلة تايلور لنحصل على العلاقة التقريبية التالية:

$$d' = d\left(1 - \frac{x V_s T_0}{d^2}\right) \qquad (4.6.\mathrm{D5})$$

نضرب الطرف $\frac{x V_s T_0}{d^2}$ في V_w ونقسمه على V_w، ونعيد ترتيب أماكن المتغيرات لنحصل على الشكل التالي:

$$d' = d\left(1 - \frac{x}{d}\frac{V_s}{V_w}\frac{V_w T_0}{d}\right) \qquad (4.6.\mathrm{D6})$$

نعلم أن: $\frac{x}{d}$ هو جيب تمام الزاوية θ، وبالتالي:

$$d' = d\left(1 - \frac{V_w T_0}{d}\frac{V_s}{V_w}\cos\theta\right) \qquad (4.6.\text{D})$$

إذن بتعويض $(4.6.\text{D})$ في $(4.6.\text{A})$ ثم نقوم بالتبسيط لنجد:

$$\boldsymbol{T = T_0\left(1 - \frac{V_s}{V_w}\cos\theta\right)} \qquad (4.6.\text{E})$$

نعلم أن تردد الموجة هو مقلوب دورها، وبالتالي:

$$\boldsymbol{f = \frac{f_0}{1 - \frac{V_s}{V_w}cos\,\theta}} \qquad (4.6.\text{F})$$

نميز حالتين:

1- المصدر يقترب من المراقب $\left(\boldsymbol{0 < \theta < \frac{\pi}{2}}\right)$: في هذه الحالة لو قمنا بالتعويض في المعادلة سنجد ما يلي:

نعلم أنه من أجل $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$:

$$0 \leq \cos\theta \leq 1$$

نضرب $\frac{V_s}{V_w}$ في طرفي المتراجحة فنجد:

$$0 \leq \frac{V_s}{V_w}cos\,\theta \leq \frac{V_s}{V_w}$$

وبما أن $\frac{V_s}{V_w}$ أصغر تماما من 1، إذن ضربها بأي عدد قيمته أصغر أو تساوي الواحد تعطينا نتيجة أصغر تماما من 1:

$$0 \leq \frac{V_s}{V_w}\cos\theta < 1$$

نضرب جميع الأطراف في -1:

$$-1 < -\frac{V_s}{V_w}cos\,\theta \leq 0$$

نضيف 1 لجميع الأطراف:

$$0 < 1 - \frac{V_s}{V_w} cos\,\theta \leq 1$$

وبالتالي:

$$\frac{1}{1 - \frac{V_s}{V_w} \cos\theta} \geq 1$$

لدينا:

$$f = \frac{f_0}{1 - \frac{V_s}{V_w} \cos\theta}$$

إذن، بما أن التردد كما يراه المراقب، يساوي التردد الذي يطلقه المصدر مضروبا في قيمة أكبر من 1، هذا يعني أن التردد يزداد، وبالتالي، إن كان المصدر مقتربا يحدث ما يسمى بالانزياح الأزرق، فلو كان المصدر المقترب يصدر ضوءا، فسنجد أن هذا الضوء يميل نحو الأزرق.

2- **المصدر يبتعد عن المراقب** $\left(\frac{\pi}{2} < \theta < \pi\right)$: لو قمنا بنفس الخطوات السابقة، سنجد:

$$\frac{1}{1 - \frac{V_s}{V_w} cos\,\theta} \leq 1$$

وبالتالي، ففي حالة مصدر يبتعد عن المراقب، فإن التردد يصبح أقل، ويسمى هذا بالانزياح الأحمر، فلو أن المصدر يطلق إشارة ضوئية، فإن المراقب سيجد أن لونها يميل نحو اللون الأحمر.

وبهذه الطريقة تمكن العالم إدوارد هابل من اكتشاف توسع الكون، حيث لاحظ أن النجوم البعيدة يميل لونها نحو الأحمر، وهذا يعني أن النجم يبتعد، والغريب أنه كلما كان النجم أبعد، كلما كانت سرعة ابتعاده عنا أكبر، وكانت العلاقة خطية، وبالتالي: جميع الأجرام تتباعد عن بعضها بسرعة ثابتة، وهذا يعني أن الكون يتوسع.

قد يتساءل البعض، لكن كيف يمكن الحكم على سرعة النجم من خلال لونه؟ أليس من الممكن أن يكون هنالك نجم يطلق ضوءا بلون أحمر؟ كيف نفرق بينه وبين نجم يبتعد عنا؟

والإجابة، أننا لا ندرس ألوان النجوم فعليا، وإنما نعتمد على ما يسمى بأطياف العناصر.

فالنجوم تتكون أساسا من الهيدروجين والهيليوم (وعناصر أخرى)، وكل من هذين العنصرين يمتص ألوانا مختلفة من الضوء، فيصلنا من النجم ضوء يتكون من جميع الألوان إلا الألوان التي يمتصها هذان العنصران...

ويمكن الكشف عن الألوان الناقصة من خلال تحليل ضوء النجم، فنحصل بذلك على جميع الألوان التي يتكون منها النجم، أما الألوان الناقصة والتي امتصتها مكونات هذا النجم، فستظهر كخطوط سوداء، وبهذه الطريقة عرفنا مكونات النجوم.

ما وجده العلماء أن النجوم البعيدة تعطي نفس نمط الامتصاص بالنسبة للنجوم القريبة، أي أن ترتيب الخطوط السوداء هو نفسه تماما، لكن هذا النمط مرحل نحو اللون الأحمر، وكلما زاد بعد النجم زاد ترحيل هذا النمط.

وهذا يعني أنه قد حدث انزياح أحمر لضوء النجم، وهذا الانزياح الأحمر جعل الخطوط السوداء أيضا تنزاح نحو اللون الأحمر، وهذا مكننا من حساب سرعة ابتعاد النجوم عنا.. وبالتالي تمكنا من حساب سرعة توسع الكون بدقة كبيرة

تأثير دوبلر النسبي:

والآن، حان الوقت لمعرفة الفرق بين تأثير دوبلر في الميكانيك الكلاسيكي وتأثير دوبلر في النسبية الخاصة.

لنعد للمثال السابق، في هذه المرة، المصدر يطلق إشارات ضوئية، تسير بسرعة الضوء $V_w = c$، وبالتالي، فالعلاقة بين f_0 و f بالتحويل الكلاسيكي تصبح كما يلي:

$$f = \frac{f_0}{1 - \beta_s \cos\theta} \qquad (4.6.\text{G})$$

أو:

$$T = T_0(1 - \beta_s \cos\theta) \qquad (4.6.\text{H})$$

كما نعلم، فحسب نظرية النسبية الخاصة يحدث تباطؤ في زمن المرجع المتحرك، وبما أننا ندرس التردد من وجهة نظر المراقب الثابت، فإن زمن المصدر يتباطأ بالنسبة للمراقب، وبالتالي نكتب: $T_0 = \gamma T'$.

حيث تمثل T_0 المدة الزمنية بين انطلاق الإشارة الأولى وانطلاق الإشارة الثانية بالنسبة للمراقب الثابت، أما T' فتمثل نفس الأمر لكن هذه المرة بالنسبة للمصدر، أي أن T' هي دور الإشارة التي يطلقها المصدر.

بالتعويض نجد:

$$T = \gamma T'(1 - \beta \cos\theta) \qquad (4.6.\text{I})$$

إذن، تصبح عبارة تأثير دوبلر النسبي كما يلي:

$$\boldsymbol{f = \frac{f'}{\gamma(1 - \beta_s \cos\theta)}} \qquad (4.6.\text{J})$$

من أجل $\theta = 0$:

$$f = f' \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \qquad (4.6.\mathrm{K})$$

لدينا $\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$ أكبر من الواحد، وبالتالي ففي هذه الحالة يحدث انزياح أزرق.

من أجل $\theta = \pi$: نتبع نفس الخطوات لنحصل على:

$$f = f' \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} \qquad (4.6.\mathrm{K})$$

لدينا $\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}$ أصغر من الواحد، وبالتالي ففي هذه الحالة يحدث انزياح أحمر.

وتأثير دوبلر الكلاسيكي يعطي نتائج مشابهة لما سبق.

لكن الاختلاف يحدث عندما تكون $\theta = \frac{\pi}{2}$، في هذه الحالة نحصل على ما يلي:

بالنسبة لتأثير دوبلر الكلاسيكي من أجل $\theta = \frac{\pi}{2}$ نجد:

$$f = f' \qquad (4.6.\mathrm{L})$$

وبالتالي لا وجود لأي انزياح.

لكن في حالة تأثير دوبلر النسبي، من أجل $\theta = \frac{\pi}{2}$ لدينا:

$$f = \frac{f'}{\gamma} \qquad (4.6.\mathrm{M})$$

نعلم أن γ أكبر تماما من الواحد، وبالتالي فالقسمة عليها تعطينا ترددا أقل وهذا يعني حدوث انزياح أحمر.

وهنا يكمن الفرق بين الميكانيك الكلاسيكي ونظرية النسبية الخاصة فيما يتعلق بتأثير دوبلر، وهذا الفرق حدث بسبب تباطؤ الزمن، فلو قلنا أن المصدر يطلق 100 إشارة في الثانية، فإن كان المصدر متحركا بالنسبة لنا، فبالتأكيد زمنه يتباطأ، ليطلق على سبيل المثال 50 إشارة في الثانية، وكما نعلم فالتردد يعبر عن عدد الإشارات التي تم إطلاقها كل ثانية، وكما رأينا فعدد الإشارات قل نتيجة لتباطؤ الزمن.. وبالتالي أصبح التردد أقل، مما يعني حدوث انزياح أحمر رغم أن المصدر لا يبتعد عن المراقب.

8) السرعة القصوى:

في ميكانيك نيوتن، لا يوجد مانع أبدا من السفر بأي سرعة مهما كانت، لكن في النسبية الخاصة، لو أردنا أن نفهم ما يحدث عند السفر بسرعات كبيرة، فإن المقادير الفيزيائية تصبح أشد تطرفا، حتى تنهار عند وصولنا إلى سرعة الضوء، فالزمن يتباطأ والطول يتقلص كلما زادت سرعة الجسم، لكن عند سرعة الضوء، سنجد أن زمن الجسم سيتوقف تماما، وأن طوله سيتقلص ليصبح معدوما!

في الفصل الخاص بالديناميك، سنتعرف إلى مفهوم الكتلة النسبية، حيث تزداد كتلة الجسم بزيادة سرعته، لو افترضنا أن جسما يسير بسرعة قريبة جدا من سرعة الضوء، في هذه الحالة كتلته ستؤول إلى المالانهاية، وطبعا تحريك جسم كتلته لا نهائية يتطلب قوة لا نهائية، وذلك يحتاج طاقة أكبر من طاقة الكون كله، وهذا مستحيل.

ما يمنعنا كذلك من السير من سرعة الضوء، هو أن ذلك سيسبب مفارقات عديدة، وهذا يخالف مبدأ ثبات سرعة الضوء! فتخيل أنك تسير بسيارتك بسرعة الضوء، وبجانبك سيارة أخرى تسير كذلك بسرعة الضوء،

يقول مبدأ النسبية أن سرعة الضوء ثابتة بالنسبة لجميع المراجع القصورية، وبالتالي فسترى المتسابق الذي بجانبك وهو يسير بسرعة الضوء، فرغم أنكما تسيران بنفس السرعة، إلا أنك سترى أنه يسبقك.
رغم أن هذه مشكلة، إلا أن المشكلة الحقيقية ليست هنا فقط! فالمتسابق الآخر أيضا يجب أن يراك وأنت تسير بسرعة الضوء، إذن سيراك وقد سبقته!
فمن منكما يسبق الآخر!
فباختصار، حتى تسير بسرعة الضوء، يجب أن تتخيل متسابقين يسيران بنفس السرعة بالنسبة لك، وكل واحد منهما يرى أن الآخر قد سبقه، وهذا ببساطة غير ممكن.

وهذه مفارقة لا حل لها، وبالتالي فهي دليل على أن السير بسرعة الضوء خارق لقوانين الطبيعة ومن المستحيل أن يتم عمليا أو حتى نظريا.
فانطلاقا مما سبق، فالسرعة القصوى والتي لا يمكن أن يبلغها أي جسم هي سرعة الضوء.

ولكن، هل هذا يعني أنه من المستحيل لجسم أن يسافر بسرعة أكبر من سرعة الضوء؟

ليس تماما، فعلى وجه الدقة، من المستحيل أن نقوم بتسريع جسم ساكن بالأصل ليصل إلى سرعة الضوء، لكن ماذا لو أن هناك جسيمات تم تخليقها بالأصل وهي تسير بسرعة أكبر من سرعة الضوء؟

في هذه الحالة ستكون سرعة هذه الجسيمات محصورة بين سرعة الضوء واللانهائية، ولو افترضنا أن هناك عالما كاملا مكونا من هذه الجسيمات، فإن النسبية الخاصة عندهم ستعرف سرعة الضوء على أنها أدنى سرعة ممكنة والتي لا يمكن الوصول إليها، تسمى هذه الجسيمات بالتاكيونات (Tachyons)، وهي جسيمات فرضية يفترض أن لها كتلة تخيلية، وطبعا هي مجرد تكهنات وفرضيات لا إثبات عليها، ولا يوجد دليل تجريبي على وجودها، ولذلك تبقى مجرد فرضية خارج إطار العلم حتى يتم إثباتها.

9) الخلاصة:

تقوم النسبية الخاصة على مبدأين أساسيين:

1. جميع قوانين الفيزياء في نفسها بالنسبة لكل المراجع القصورية: فلا يوجد فرق إطلاقا بين مرجع متحرك ومرجع ساكن.
2. سرعة الضوء ثابتة لجميع المراجع القصورية: فمهما كانت سرعة المصدر المطلق للضوء، فإن سرعة الضوء المنطلقة نفسها دائما.

تعتمد النسبية الخاصة في التحويل بين المراجع المختلفة على تحويلات لورنتز بدلا من التحويلات الغاليلية، وتعطى تحويلات لورنتز بالشكل التالي:

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \end{pmatrix} = \hat{L}\begin{pmatrix} ct \\ x \end{pmatrix} \quad ; \quad \hat{L} = \gamma\begin{pmatrix} 1 & -\beta \\ -\beta & 1 \end{pmatrix}$$

بالنسبة للتحويلات العكسية للورنتز، فتعطى بالشكل التالي:

$$\begin{pmatrix} ct \\ x \end{pmatrix} = \widehat{L^{-1}}\begin{pmatrix} ct' \\ x' \end{pmatrix} \quad ; \quad \widehat{L^{-1}} = \left(\hat{L}\right)^{-1} = \gamma\begin{pmatrix} 1 & \beta \\ \beta & 1 \end{pmatrix}$$

بحيث يمثل β النسبة بين سرعة المرجع المتحرك وسرعة الضوء.

يسمى المعامل γ بمعامل التصحيح، ويساوي:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

وبالتالي، فإن تحويلات السرعة في النسبية الخاصة لا تعتمد على قانون جمع السرعات العادي، بافتراض أن المرجع المتحرك يتحرك باتجاه المحور Ox، يعطى قانون جمع السرعات النسبي كما يلي:

$$v_x = \frac{V + v'_x}{1 + \frac{V v'_x}{c^2}}$$

$$v_y = \frac{1}{\gamma}\frac{v'_y}{1 + \frac{V v'_x}{c^2}}$$

نتج عن تثبيتنا لسرعة الضوء الكثير من الظواهر الغريبة، نذكر منها:

تباطؤ الزمن: فلو راقبت شخصا متحركا بسرعة كبيرة، ستجد أن زمنه الخاص يتباطأ، وساعته أصبحت تسير ببطء، ونفس الأمر يلاحظه لو راقب ساعتك، ولا يمكن الحكم أيكما الصحيح، فكلاكما صحيح ضمن إطاره المرجعي. تعطى معادلة تباطؤ الزمن كما يلي:

$$\tau = \gamma\tau_0$$

تقلص الطول: فلو أنك قست طول الشخص السابق، ستلاحظ تقلصا في طوله في اتجاه حركته، ونفس الأمر سيلاحظه هذا الشخص لو نظر إليك، ومجددا، لا يمكن الحكم أيكما على حق، لأن كلاكما صحيح ضمن إطاره المرجعي. تعطى معادلة تقلص الطول كما يلي:

$$l = \frac{l_0}{\gamma}$$

نسبية الآنية: فلو لاحظت تحويل لورنتز لمركبة الزمن، ستجد أنها أصبحت تتعلق بالمكان ولم تعد مستقلة كما في التحويلات الغاليلية، وهذا سيسبب تأخرا زمنيا بين المراجع المختلفة، وبالتالي فإن وقوع حدثين في نفس الوقت بالنسبة لي، لا يستلزم بالضرورة حدوثهما في نفس الوقت بمنظورك، فلو أنك تسير بسرعة كبيرة، ستجد أن أحد الحدثين وقع أولا، ثم بعد مدة زمنية معينة وقع الحدث الثاني.

انحراف الضوء: تخيل أنك تراقب جسما يرتفع عنك بزاوية θ، بالنسبة لشخص يسير بسرعة كبيرة، فإن ارتفاع هذا الجسم لن يبقى ثابتا، وسيكون مرتفعا عنه بزاوية θ'، حيث تعطى العلاقة بين الزاويتين كما يلي:

$$\tan\frac{\theta}{2} = \sqrt{1 +}$$

تأثير دوبلر: قبل النسبية الخاصة، عرف تأثير دوبلر على أنه تأثير يحدث للموجة عندما يكون مصدرها مقترب أو مبتعد عن المراقب، فلو أن المصدر مقترب فستلاحظ زيادة في تردد الموجة عن ترددها الأصلي، ونسمي هذا بالانزياح الأزرق، ولو كان المصدر يبتعد عن المراقب، فسنلاحظ أن تردد الموجة أصبح أصغر من ترددها الأصلي، ونسمي هذا بالانزياح الأحمر، وكل هذا موجود في التحويلات الغاليلية، ما أضافته تحويلات لورنتز هو تأثير التباطؤ الزمني، وهو تصحيح طفيف لتأثير دوبلر من أجل مصدر يسير بسرعة كبيرة. تعطى عبارة تأثير دوبلر الكلاسيكي بالشكل التالي:

$$f = \frac{f_0}{1 - \beta_s \cos\theta}$$

أما عبارة تأثير دوبلر النسبي فتعطى بالشكل التالي:

$$f = \frac{f_0}{\boldsymbol{\gamma}(1 - \beta_s \cos\theta)}$$

لا يمكن تسريع جسيم لتصل سرعته إلى سرعة الضوء، لأن ذلك تتطلب طاقة لا نهائية، وهذه الطاقة لا توجد في الكون كله، إذن يمكننا أن نقول إن سرعة الضوء هي أقصى سرعة يمكن لجسم أن يصل إليها.

الفصل الخامس: فضاء مينكوفسكي (نسيج الزمكان)

من أجل تسهيل دراسة قوانين النسبية الخاصة، من المهم تطوير أدواتنا الرياضية، فمن دون الحساب الشعاعي، كان من الصعب دراسة قوانين الميكانيك الكلاسيكي، في هذا الفصل سنتعرف على الأدوات الرياضية التي طورها العلماء لتبسيط معادلات النسبية الخاصة، وسنتعرف كذلك على مفهوم نسيج الزمكان.

1) تذكير بالحساب الشعاعي:

الأشعة:

رأينا في الفصول الأولى، أن الشعاع هو كائن رياضي يحمل شدة واتجاها، يتم تمثيل الشعاع $\vec{A}$ في 3 أبعاد كما يلي:

$$\vec{A} = A_x\vec{\imath} + A_y\vec{\jmath} + A_z\vec{k} \qquad (5.1.A')$$

حيث:

A_x، A_y، وA_z تسمى مركبات الشعاع $\vec{A}$.

$\vec{\imath}$، $\vec{\jmath}$، و$\vec{k}$ هي أشعة الوحدة حيث يعبر كل واحد منها عن اتجاه معين.

بصفة عامة، نكتب الشعاع $\vec{A}$ كما يلي:

$$\vec{A} = \sum_{i}^{d} A_i\overrightarrow{e_i} \qquad (5.1.A)$$

حيث d تمثل عدد أبعاد الفضاء الذي ندرس فيه الشعاع $\vec{A}$.

المترية:

يمكن أن نعتبر المترية على أنها المسطرة التي نقيس بها الأبعاد، وتوضح المترية ارتباط الأبعاد ببعضها، في الهندسة الإقليدية تكون الأبعاد مستقلة تماما، وبالتالي فمترية فضاء إقليدس تكتب بالشكل التالي:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad (5.1.B)$$

الجداء السلمي:

في ثلاثة أبعاد، نعرف الجداء السلمي لشعاعين كما يلي:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \qquad (5.1.C1)$$

أو:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \|\vec{A}\| \times \|\vec{B}\| \times \cos\theta \qquad (5.1.C2)$$

حيث θ هي الزاوية المحصورة بين الشعاعين $\vec{A}$ و $\vec{B}$.

بصفة عامة، نعرف الجداء السلمي بين شعاعين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ بدلالة متربة الفضاء كما يلي:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \sum_{\mu,\nu}^{d} g_{\mu\nu} A_\mu B_\nu \qquad (5.1.C)$$

2) فضاء مينكوفسكي:

فضاء مينكوفسكي هو الأساس الهندسي لنظرية النسبية الخاصة، وهو نموذج رياضي يجمع بين الزمان والمكان في هيكل رباعي الأبعاد (الزمكان)، يحتوي هذا الفضاء أشعة ذات أربعة أبعاد بدلا من ثلاثة، وبه يعتبر الزمن بعدا رابعا مميزا عن باقي الأبعاد الثلاثة، وبهذا يختلف عن الفضاءات الإقليدية التي لا تميز بين جميع أبعادها، وبالتالي فهو فضاء غير إقليدي.

هذا الاقتراح جاء به هيرمان مينكوفسكي وهو أستاذ أينشتاين، حيث اقترح أن ننظر إلى نسبية أينشتاين بشكل مختلف تماما، فبدلا من التعامل مع الزمن على أنه "بعد زمني"، وباقي الأبعاد على أنها "أبعاد مكانية"، حان الوقت للتفكير بهما معا كـ "زمكان"!

وبالتالي نحن نعيش في زمكان رباعي الأبعاد له هندسته الخاصة، والأبعاد المكانية ماهي إلا إسقاط ثلاثي الابعاد لهذا الزمكان، أما البعد الزمني، فما هو إلا إسقاط أحادي البعد! وبهذا فمن الممكن أن نعتبر أن لكل شخص منظوره الخاص للزمن والمكان، ولكل شخص إسقاطات خاصة به حسب حالته الحركية، لكن كلنا يجب أن يتفق على ما يحصل في الأبعاد الأربعة!

لتقريب الفكرة، لنفترض أن عندنا قلما أضأناه من الأعلى، سنرى ظله على الأرض، فلو قمنا بتدوير هذا القلم نحو الأسفل، سنلاحظ أن ظله يصغر، وهذا مكافئ تماما لمفهوم تقلص الطول، فالطول لم يتقلص، وإنما إسقاطه هو الذي تقلص، وهذه هي فكرة فضاء مينكوفسكي، والتي ترفض فكرة تقلص الطول وتباطؤ الزمن كتأثيرات حقيقية، وتفسر هذه التأثيرات بأنها نتيجة لإسقاطات زمكان رباعي الأبعاد على مكان ثلاثي الأبعاد وزمن أحادي البعد.

وبما أننا عرفنا فضاء مينكوفسكي على أنه الفضاء الذي يجب أن يتفق جميع المراقبين مهما كانت حالتهم الحركية على ما فيه، فحتى بحدوث تقلص الطول بالنسبة لمرجع متحرك مثلا، يجب أن تتفق كل المراجع المتحركة أن ما تراه هو إسقاط ثلاثي الأبعاد (وهذا الإسقاط نسبي فلكل

مرجع منظوره الخاص)، هذا الإسقاط يجب أن يكون لشيء مطلق، طول القلم الذي استخدمناه في مثالنا السابق هو حقيقة مطلقة، لكن ظل هذا القلم نسبي يختلف حسب الزاوية التي قمت بإمالة القلم بها.

وبالتالي، أزال مينكوفسكي بهذا الخرافة التي تقول أن نظرية النسبية الخاصة تنص على أن كل شيء نسبي، إذن لكل شخص الحق في أن يعتقد ما يريد لأن الحقيقة نفسها نسبية، لكن هذا خطأ، فجوهر النسبية الخاصة أن هناك حقيقة مطلقة، والشيء النسبي هو منظورك لهذه الحقيقة.

أينشتاين وجد في البداية صعوبة في تقبل اقتراح مينكوفسكي، لكنه كان الحل لفهم نسبية أينشتاين، ففضاء مينكوفسكي يدرس الزمان والمكان كنسيج موحد وتقدم نموذجا رياضيا متكاملا، وبالتالي يمكنه حل كل المفارقات التي من الممكن أن يسببها فهم خاطئ لنظرية النسبية.

في فضاء مينكوفسكي، جميع الأشعة هي ذات أربع مركبات، المركبة الأولى تمثل بعد الزمن، وباقي المركبات تمثل باقي أبعاد المكان.
نرمز للشعاع في فضاء مينكوفسكي بالشكل التالي: $\underline{A}$، ونكتب:

$$\underline{A} = A_t\underline{e_t} + A_x\underline{e_x} + A_y\underline{e_y} + A_z\underline{e_z} = \begin{pmatrix} A_t \\ \vec{A} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_t \\ A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix} \qquad (5.2.\text{A})$$

مترية مينكوفسكي:

رأينا أن فضاء مينكوفسكي هو فضاء يجمع بين الزمن والمكان في نسيج موحد، لكن هذا ليس كل شيء، فقبل أن نفترض أن كوننا يسير وفق هندسة معينة، وجب علينا أن نعرف بناء على مسلمتي النسبية الخاصة مترية تمكننا من التعامل مع هذا الفضاء لقياس الأبعاد والقيام بالعمليات المختلفة.

تخيل أن مركبة مرت عليك بسرعة كبيرة، وفي اللحظة الابتدائية أطلقت إشارة ضوئية، ما استنتجه مينكوفسكي، أنه بما أن سرعة الضوء ثابتة بالنسبة لجميع المراجع القصورية، فهذا يعني:

$$r^2 = c^2t^2 \qquad (5.2.\text{B1})$$

$$r'^2 = c^2t'^2 \qquad (5.2.\text{B1}')$$

حيث تمثل r المسافة التي قطعتها الإشارة الضوئية في زمن قدره t بالنسبة للشخص الثابت، والمعادلة الثانية تمثل نفس الشيء لكن بالنسبة لشخص متحرك.

الآن ماذا لو أردنا أن نعرف مسار الضوء في أربعة أبعاد؟

نعلم أن مساره في ثلاثة أبعاد يعطى بطويلة شعاع موقعه، أي r، ونكتب:

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2 \qquad (5.2.\text{B2})$$

لكن كما رأينا، فالكمية السابقة غير محفوظة بالنسبة لجميع المراجع القصورية نتيجة لتمدد الزمن وتقلص المكان، سنجد:

$$r'^2 \neq r^2 \qquad (5.2.\text{B3})$$

وكما رأينا، فهذه مشكلة، فحتى يكون الفضاء حقيقيا يجب أن تكون به كميات مطلقة ويتفق عليها جميع المراقبين، بالتالي فالأبعاد المكانية غير كافية وعلينا إضافة البعد الزمني، لو أضفنا البعد الزمني فسنحصل على المعادلة التالية (نرمز لمسار الضوء في الزمكان رباعي الابعاد بـ s):

$$s^2 = ct^2 + r^2 \qquad (5.2.\text{B4})$$

والكمية السابقة للأسف بها نفس المشكلة، فهي غير محفوظة ولا تتفق عليها جميع المراجع، أي:

$$s'^2 \neq s^2 \qquad (5.2.\text{B5})$$

لكن لو أمعنا النظر في المعادلتين $(5.2.\text{B1})$ و$(5.2.\text{B1}')$ سنجد أننا بطرح الطرفين من بعضهما سنحصل على كمية ستكون محفوظة بين جميع المراجع، ونكتب:

$$c^2t^2 - r^2 = c^2t'^2 - r'^2 \qquad (5.2.\text{B6})$$

إذن فالكمية $c^2t^2 - r^2$ هي كمية محفوظة بالنسبة لجميع المراجع القصورية، ومن خلالها يمكننا أن نعرف مترية مينكوفسكي، نعلم أن الكمية التالية محفوظة:

$$s^2 = c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 \qquad (5.2.\text{B})$$

وهي في الحقيقة تمثل مربع طول مسار الضوء في الزمكان، فما هذه الكمية في الحقيقة إلا مربع طويلة شعاع رباعي الأبعاد يمثل هذا الشعاع موقع نقطة في الزمكان وسنعرفه لاحقا، ومنها نعرف مترية مينكوفسكي كما يلي:

$$\eta_{\mu\upsilon} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad (5.2.\text{C})$$

الجداء السلمي:

نعرف الجداء السلمي لشعاعين في فضاء مينكوفسكي وذلك بناء على مترية مينكوفسكي كما يلي:

$$\underline{A} \cdot \underline{B} = A_tB_t - A_xB_x - A_yB_y - A_zB_z \qquad (5.2.\text{D})$$

ملاحظة: في بعض المراجع ستجد أنه يتم تعريف الجداء السلمي للشعاعين كما يلي:

$$\underline{A} \cdot \underline{B} = -A_t B_t + A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \qquad (5.2.\mathrm{D}')$$

وهذا الاختلاف بين المراجع نسميه بتوقيع الفضاء، هذه المراجع تستخدم التوقيع:

$$(- + + +) \qquad (5.2.\mathrm{E}')$$

أما نحن في هذا الكتاب فسنستخدم التوقيع التالي:

$$(+ - - -) \qquad (5.2.\mathrm{E})$$

لكن لا تقلق، هذا لا يغير شيئا، كل ما يهمنا أن الطرف الخاص ببعد الزمن يختلف في إشارته عن الأطراف الخاصة بالأبعاد المكانية.

طويلة شعاع رباعي الأبعاد: رأينا فيما سبق أن مربع طويلة شعاع تساوي جداءه السلمي مع نفسه، وبالتالي:

$$\underline{A}^2 = A_t^2 - A_x^2 - A_y^2 - A_z^2 \qquad (5.2.\mathrm{F})$$

نسمي مربع طويلة شعاع رباعي الأبعاد بالفاصل الزمكاني.

ما يجعل فضاء مينكوفسكي قاعدة هندسية لنظرية النسبية الخاصة، هو أنه ثابت ضمن تحويلات لورنتز وذلك لأننا فرضناه ليكون كذلك، بعبارة أخرى، فإن الفاصل الزمكاني لشعاع رباعي الأبعاد –أي طويلة هذا الشعاع– يبقى ثابتا بالنسبة لجميع المراجع القصورية، وهذا يذكرنا بمبدأ النسبية، الذي ينص على أن جميع القوانين الفيزيائية ثابتة بالنسبة لجميع المراجع القصورية.

فضاء مينكوفسكي يسهل الدراسة من خلال النسبية الخاصة، وذلك لأن التحويل بين مرجعين قصوريين لكل الأشعة في فضاء مينكوفسكي هو تحويل لورنتز.

مربع طويلة شعاع في فضاء مينكوفسكي لا يأخذ دائما قيما موجبة، وتنقسم الأشعة في فضاء مينكوفسكي إلى 3 أقسام على هذا الأساس:

1– **أشعة من جنس الزمن:** وهي الأشعة التي يكون مربع طويلتها موجبا.
2– **أشعة من جنس المكان:** وهي الأشعة التي يكون مربع طويلتها سالبا.
3– **أشعة من جنس الضوء:** وهي الأشعة التي يكون مربع طويلتها معدوما.

3) التعرف على الأشعة بأربعة أبعاد:

1. شعاع الحدث:

في الميكانيك الكلاسيكي، نعبر عن موقع نقطة ما بشعاع ثلاثي الأبعاد يصف موقع النقطة على الأبعاد المكانية الثلاثة، ويسمى بشعاع الموقع، لكن في أربعة أبعاد، نضيف بعد الزمن، وبهذا نسميه بشعاع الحدث، لأن الشعاع يعطينا معلومة حول موقع وزمن وقوع هذا

الحدث، ونعرف شعاع الحدث (أ) بالنسبة لمراقب نعتبره ثابتا كما يلي:

$$\underline{S} = \begin{pmatrix} ct \\ \vec{r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \qquad (5.3.A)$$

حتى نعرف كيف يبدو الحدث السابق من وجهة نظر مراقب متحرك بسرعة v على المحور x، نقوم بتحويل لورنتز بكل بساطة، ونكتب:

$$\underline{S'} = \begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \hat{L}\underline{S} = \begin{pmatrix} \gamma ct - \gamma\beta x \\ \gamma x - \gamma\beta ct \\ y \\ z \end{pmatrix} \qquad (5.3.B)$$

نقوم بحساب طويلتي الشعاعين $\underline{S}$ و $\underline{S'}$:

$$\underline{S}^2 = c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 \qquad (5.3.C)$$

$$\underline{S'}^2 = c^2t'^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2 \qquad (5.3.C1)$$

نقوم بتعويض $(5.3.B)$ في $(5.3.C1)$:

$$\underline{S'}^2 = \gamma^2(ct - \beta x)^2 - \gamma^2(x - \beta ct)^2 - y^2 - z^2 \qquad (5.3.C2)$$

نقوم بالنشر والتبسيط، فنجد:

$$\underline{S'}^2 = \gamma^2(1 - \beta^2)c^2t^2 - \gamma^2(1 - \beta^2)x^2 - y^2 - z^2 \qquad (5.3.C3)$$

نعلم أن: $\gamma^2(1 - \beta^2) = 1$، إذن:

$$\boldsymbol{\underline{S'}^2 = c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = \underline{S}^2} \qquad (5.3.C)$$

طويلة شعاع الحدث دائما نفسها بالنسبة لجميع المراجع القصورية وكذلك جميع الأشعة في فضاء مينكوفسكي.

لاحظ أنه في المرجع الذاتي للجسم، فإن هذا الجسم سيرى نفسه دائما في المبدأ، أي أن المركبات المكانية دائما معدومة، إذن:

$$\boldsymbol{\underline{S}^2 = c^2\tau^2} \qquad (5.3.D)$$

حيث τ هو الزمن الذاتي للجسم، وبالتالي يمكننا تعريف الزمن الذاتي للجسم على أنه الجذر التربيعي لشعاع حدثه.

نستنتج أن شعاع الحدث هو شعاع من جنس الزمن، وذلك لأن مربع طويلته موجب الإشارة.

2. شعاع السرعة:

نعرف شعاع السرعة على أنه تفاضل شعاع الحدث بالنسبة للزمن الذاتي τ للنقطة التي ندرس سرعتها، ويسمى proper time، ونكتب:

$$\underline{V} = \frac{d}{d\tau}\underline{S} = \frac{dt}{d\tau}\frac{d}{dt}\underline{S} \qquad (5.3.E1)$$

من خلال قانون تباطؤ الزمن نعلم أن: $\frac{dt}{d\tau} = \gamma$، وبالتالي:

$$\underline{V} = \gamma\begin{pmatrix} c \\ \vec{v} \end{pmatrix} = \gamma\begin{pmatrix} c \\ v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} \qquad (5.3.E)$$

شعاع السرعة أيضا ثابت بالنسبة لجميع المراجع القصورية.

نقوم بحساب طويلة الشعاع $\underline{V}$:

$$\underline{V}^2 = \gamma_v^2(c^2 - v^2) = c^2 \qquad (5.3.F)$$

بما أن مربع طويلة شعاع السرعة موجب، فإن شعاع السرعة هو شعاع من جنس الزمن.

ملاحظة: مهما كانت سرعة الجسم أو سرعة المراقب، فإن طويلة شعاع سرعته في أربعة أبعاد تساوي سرعة الضوء ... يمكن أن نستنتج من هذا أن جميع الأجسام في الكون تسير بسرعة واحدة وهي سرعة الضوء، فالأجسام التي تبدو لنا ساكنة في المكان، هي في الحقيقة تتحرك بأقصى سرعتها في الزمن، أما الأجسام التي نراها تسير بسرعة في المكان، فإنها تخفض من سرعتها في الزمن، وبالتالي: كل الأجسام في الكون في حقيقتها تسير بسرعة الضوء.

بالتالي، من المستحيل تغيير سرعة الجسم في أربعة أبعاد لتكون أكبر أو أقل من سرعة الضوء، وإنما من الممكن تحويل جزء من سرعته في الزمن لتكون في المكان، ونكون بذلك قد سرعناه، أو نفعل العكس فنكون قد بطأناه، وهذه العملية هي عملية دوران في أربعة أبعاد.

3. شعاع التسارع:

شعاع تسارع جسم في فضاء مينكوفسكي يساوي تفاضل شعاع سرعته بالنسبة لزمنه الذاتي، ونكتب:

$$\underline{A} = \frac{d}{d\tau}\underline{V} = \gamma\frac{d}{dt}\underline{V} \qquad (5.3.G)$$

رأينا فيما سبق أنه من المستحيل أن نغير سرعة جسم في أربعة أبعاد، لأنها ثابتة من أجل جميع الأجسام وتساوي سرعة الضوء.

بالتالي، ربما سيخطر على بال القارئ السؤال التالي: لماذا نعرف شعاع التسارع في أربعة أبعاد إذن! بما أن السرعة ثابتة، فالتسارع إذن يجب أن يكون معدوما...

والإجابة، أنه بالفعل قلنا بأنه من المستحيل تغيير سرعة جسم في أربعة أبعاد، لكن قلنا أيضا أنه يمكن تحويل جزء من سرعة الجسم في الزمن إلى المكان فنكون بذلك قد سرعناه في المكان وبطأناه في الزمن، أو نفعل العكس ونكون بذلك بطأناه في المكان وسرعناه في الزمن، هذه العملية هي دوران في أربعة أبعاد.

حتى نفهم سبب تسمية هذا التحويل في السرعة بين الزمن والمكان بالدوران، سنعود إلى الميكانيك الكلاسيكي قليلا، وبالتحديد إلى الحركة الدورانية المنتظمة...

نعلم أنه حتى تكون لديك حركة دورانية منتظمة، يجب أن يكون عندك جسم يدور حول نقطة في المركز، بحيث يحافظ على سرعة ثابتة، ويحافظ كذلك على المسافة بينه وبين النقطة.

لكن كيف لجسم أن يتحرك بسرعة معينة، دون أن يغير موقعه من نقطة ثابتة؟ الإجابة بكل بساطة، أن يتخذ مسارا دائريا حول تلك النقطة. وبالتالي.. سنجد أن هذا الجسم باستمرار يحول سرعته من المحور x إلى المحور y، ثم يحدث العكس، وتستمر العملية، وبهذا نحصل على حركة دورانية.. فالحركة الدورانية ماهي إلا تحويل للسرعة بين مركبتين مختلفتين...

ولهذا السبب سميا التسارع في أربعة أبعاد بالدوران... لأنه مجرد تحويل للسرعة بين مركبتي المكان والزمن ليس إلا.
إذن، في ثلاثة أبعاد، عندما نغير سرعة جسم ما، فإنه في أربعة أبعاد يدور ولا يغير سرعته في الحقيقة.
وهنا نعود لسؤالنا السابق، إن كانت سرعة الجسم ثابتة، أليس من المفترض أن يكون تسارعه معدوما!

ولنجيب على هذا السؤال.. سنعود إلى نفس المثال السابق، نعلم أنه في الحركة الدورانية المنتظمة يخضع الجسم لتسارع ناظمي، هذا النوع من التسارع يغير اتجاه حركة الجسم دون أن يغير سرعته ... وبهذا نستنتج أن التسارع في أربعة أبعاد هو في الحقيقة تسارع ناظمي..

نعلم أن شعاع التسارع الناظمي يكون دائما عموديا على شعاع السرعة، إذن:

$$\vec{a} \cdot \vec{v} = 0 \qquad (5.3.\mathrm{H1})$$

نفس الأمر تماما مع التسارع في أربعة أبعاد، رأينا أنه دائما ناظمي، إذن:

$$\underline{A} \cdot \underline{V} = 0 \qquad (5.3.\mathrm{H})$$

يمكننا إثبات ذلك رياضيا، وذلك بالقيام بالخطوات التالية:

نقوم في البداية بحساب تفاضل مربع شعاع السرعة بالنسبة للزمن الذاتي:

$$\frac{d}{d\tau}\left(\underline{V}^2\right) \qquad (5.3.\mathrm{H2})$$

لدينا:

$$\frac{d}{d\tau}\left(\underline{V}^2\right) = \underline{V}\cdot\frac{d\underline{V}}{d\tau} + \frac{d\underline{V}}{d\tau}\cdot\underline{V} = 2\left(\frac{d\underline{V}}{d\tau}\cdot\underline{V}\right) \qquad (5.3.H3)$$

نعلم أن: $\frac{d\underline{V}}{d\tau} = \underline{A}$، وبالتالي:

$$\frac{d}{d\tau}\left(\underline{V}^2\right) = 2\left(\underline{A}\cdot\underline{V}\right) \qquad (5.3.H4)$$

لدينا: $\underline{V}^2 = c^2$، ومنه:

$$2\left(\underline{A}\cdot\underline{V}\right) = \frac{d}{d\tau}(c^2) = 0 \qquad (5.3.H5)$$

إذن:

$$\underline{A}\cdot\underline{V} = 0 \qquad (5.3.H)$$

من خلال ما سبق، نقوم بحساب طويلة شعاع التسارع:

نعلم أن:

$$\underline{A}\cdot\underline{V} = A_tV_t - A_xV_x - A_yV_y - A_zV_z = 0 \qquad (5.3.I1)$$

نعلم أنه دائما في المرجع الذاتي للجسم يرى الجسم نفسه ثابتا، أي: $V_x = V_y = V_z = 0$، وبالتالي:

$$A_tV_t = 0 \qquad (5.3.I2)$$

نعلم أيضا أنه في المرجع الذاتي للجسم: $V_t = c$، إذن:

$$A_t = 0 \qquad (5.3.I3)$$

لدينا:

$$\underline{A}^2 = A_t^2 - A_x^2 - A_y^2 - A_z^2 \qquad (5.3.I4)$$

بالتعويض بـ$(5.3.I3)$ نجد:

$$\underline{A}^2 = -\left(A_x^2 + A_y^2 + A_z^2\right) = -\alpha^2 \qquad (5.3.I)$$

بحيث α هي التسارع الذاتي للجسم المدروس.

وبما أن طويلة شعاع التسارع سالبة، فإن شعاع التسارع إذن من جنس المكان.

4. شعاع الطاقة–كمية الحركة:

بعد أن انتهينا من أشعة الحدث، والسرعة، والتسارع، حان الوقت لاشتقاق شعاع كمية الحركة في أربعة أبعاد، نعلم في الميكانيك الكلاسيكي أن كمية الحركة تساوي كتلة الجسم في سرعته، نفس الأمر ينطبق هنا، شعاع كمية الحركة في أربعة أبعاد يساوي كتلة الجسم مضروبا في شعاع سرعته:

$$\underline{P} = m\underline{V} = m\gamma \begin{pmatrix} c \\ \vec{v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma mc \\ \gamma m\vec{v} \end{pmatrix} \qquad (5.3.\text{J})$$

في الفصل القادم، سنثبت أن الطاقة تكتب من الشكل التالي:

$$E = \gamma mc^2 \qquad (5.3.\text{K1})$$

إذن:

$$\gamma mc = \frac{E}{c} \qquad (5.3.\text{K2})$$

بالمطابقة نجد أن:

$$\vec{p} = \gamma m\vec{v} \qquad (5.3.\text{K3})$$

إذن، يمكننا كتابة شعاع كمية الحركة بالشكل التالي:

$$\underline{P} = \begin{pmatrix} \frac{E}{c} \\ \vec{p} \end{pmatrix} \qquad (5.3.\text{K})$$

وبما أن المركبة الأولى للشعاع تعبر عن الطاقة، وباقي المركبات تعبر عن كمية الحركة، نسمي هذا الشعاع بشعاع الطاقة–كمية الحركة.

نقوم بحساب مربع طويلة هذا الشعاع:

$$\underline{P}^2 = \gamma^2 m^2 c^2 - \gamma^2 m^2 v^2 = \gamma^2 m^2 c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \qquad (5.3.\text{L1})$$

نجد أخيرا:

$$\boldsymbol{\underline{P}^2 = m^2 c^2} \qquad (5.3.\text{L})$$

وبالتالي، شعاع الطاقة–كمية الحركة هو شعاع من جنس الزمن.

5. شعاع القوة:

شعاع القوة المؤثرة على جسم في أربعة أبعاد يمكن تعريفه على أنه كتلة الجسم مضروبة في شعاع تسارعه، ونكتب:

$$\underline{F} = m\underline{A} \qquad (5.3.M)$$

وكما رأينا، شعاع التسارع من جنس المكان، وبالتالي بما أن القوة هي ثابت (الكتلة) مضروب في التسارع، نجد:

$$\underline{\boldsymbol{F}}^{\boldsymbol{2}} = \boldsymbol{m}^{\boldsymbol{2}}\underline{\boldsymbol{A}}^{\boldsymbol{2}} = -\boldsymbol{m}^{\boldsymbol{2}}\boldsymbol{\alpha}^{\boldsymbol{2}} \qquad (5.3.N)$$

شعاع القوة هو شعاع من جنس المكان.

6. شعاع الموجة:

نعرف شعاع الموجة كما يلي:

$$\underline{K} = \begin{pmatrix} \frac{\omega}{c} \\ \vec{k} \end{pmatrix} \qquad (5.3.O)$$

طاقة الموجة الكهرومغناطيسية وزخمها يكتبان بالشكل التالي:

$$\begin{cases} E = \hbar\omega \\ \vec{p} = \hbar\vec{k} \end{cases} \qquad (5.3.O)$$

وبالتالي:

$$\underline{P} = \begin{pmatrix} \frac{\hbar\omega}{c} \\ \hbar\vec{k} \end{pmatrix} \qquad (5.3.P1)$$

إذن:

$$\underline{P} = \hbar\underline{K} \qquad (5.3.P)$$

بحساب مربع شعاع الموجة نجد:

$$\underline{P}^2 = \hbar^2\underline{K}^2 = m^2c^2 \qquad (5.3.Q1)$$

إذن:

$$\underline{K}^2 = \frac{m^2c^2}{\hbar^2} \qquad (5.3.Q)$$

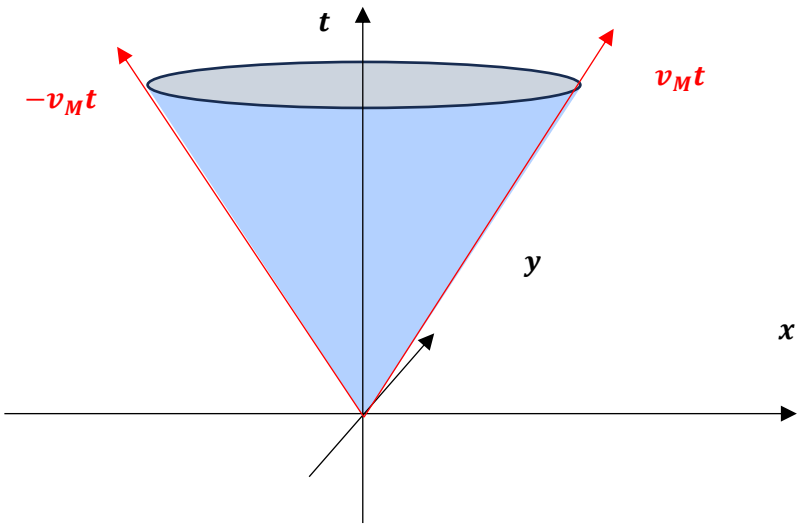
شعاع الموجة هو شعاع من جنس الزمن.

4) المخروط الضوئي:

بما أنه من المستحيل لشيء أن يتجاوز سرعة الضوء، فهذا يعني أن لأي شيء حدود لا يمكنه أن يتجاوزها في مستقبله ...

لتقريب الفكرة، لو افترضنا أنك في حقل واسع جدا، وسرعتك القصوى هي 20 كلم في الساعة، لنقل إنك في اللحظة 0 كنت في مركز هذا الحقل، ولك الحرية في أن تسير أو تجري كما تريد في الحقل، فلو أردنا أن نقدر الأماكن التي من المحتمل أن تكون فيها خلال زمن معين، فننظر في سرعتك القصوى، بما أنها 20 كلم في الساعة، فإنه خلال ساعة واحدة، أقصى ما يمكنك مشيه هو 20 كلم، وبالتالي، فحتما ستكون داخل الدائرة التي مركزها هو نقطة انطلاقك، ونصف قطرها 20 كلم، ومن المستحيل أن تخرج منها في أقل من ساعة

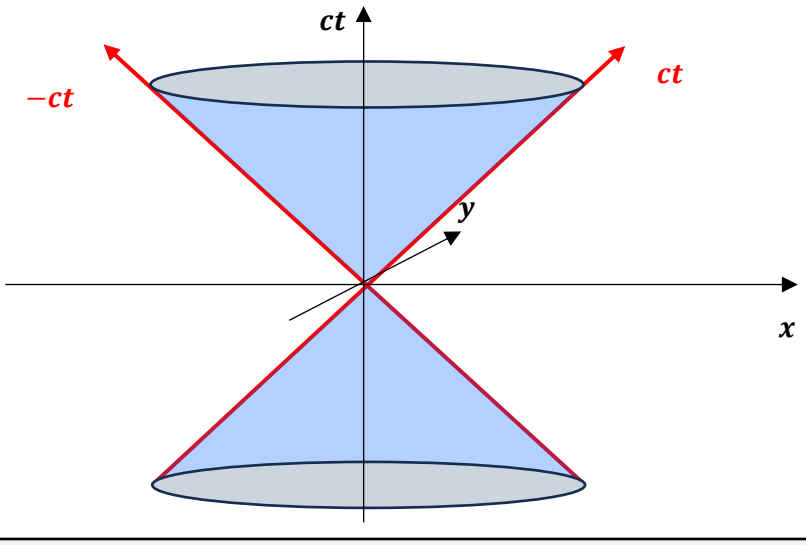
في خلال ساعتين، سنجد أن الدائرة من الحقل التي ستكون حتما داخلها قد اتسعت مساحتها، وأصبح نصف قطرها 40 كيلومترا.
فلو أردنا تمثيل موقعك المحتمل داخل الحقل بدلالة الزمن، فسنجد كما في الوثيقة (5-4-1)، نلاحظ أن الشكل المتشكل هو مخروط، الضلع الجانبي لهذا المخروط هو مستقيم معامل توجيهه هو سرعتك القصوى.



وثيقة (5-4-1): المساحة المحتمل تواجدك فيها بمرور الزمن

لاحظ أن الجزء الملون يعبر عن المستقبل الممكن لك، أما الجزء الغير ملون، فمن المستحيل أن تكون فيه، فهو المستقبل المستحيل

نفس الأمر بالضبط يحصل مع جميع الأجسام في الكون، فالسرعة القصوى لأي جسم هي سرعة الضوء، وبالتالي، يمكننا رسم ما يسمى بالمخروط الضوئي ...



وثيقة (5-4-2): المخروط الضوئي

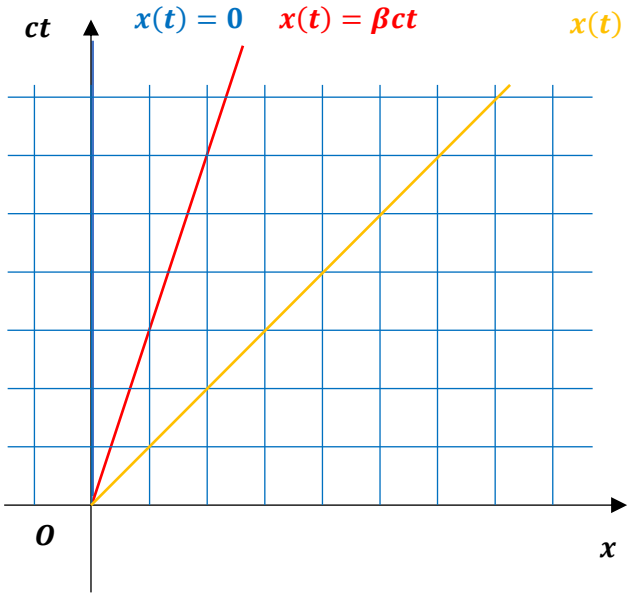
لاحظ أنه بإمكاننا تمديد المخروط إلى الماضي، لنحصل على مساحة تمثل لنا الماضي الممكن للجسم المدروس، وما عداها يمثل الماضي المستحيل.

5) هندسة فضاء مينكوفسكي:

ما يهمله العديد من دارسي نظرية النسبية الخاصة هو هندسة فضاء مينكوفسكي، رغم أن هذه الأخيرة لا تقل أهمية عن المعادلات! لأنه من خلالها يمكننا تبسيط العديد من المفاهيم...

رأينا في هندسة التحويلات الغاليلية أن محور الزمن يميل لينطبق مع خط السرعة، وهذا تماما ما سنبدأ به هنا، لكن مع فرق طفيف، نعلم أن سرعة الضوء ثابتة بالنسبة لجميع المراجع القصورية، وبالتالي يجب أن نقوم برسم خطوط المرجع المتحرك بحيث يسير الضوء فيها بنفس السرعة التي يسير بها بالنسبة لخطوط المرجع الثابت.

أولا، تمثل الوثيقة (5-5-1) خطوط مرجع الشخص الثابت، الخط باللون الأزرق يمثل موقع الشخص الثابت بدلالة الزمن، ويمثل الخط باللون البرتقالي سرعة الضوء، بينما يمثل الخط باللون الأحمر سرعة المرجع المتحرك، حيث يقطع الضوء وحدة في المسافة مقابل وحدة في الزمن، ويقطع المتحرك وحدة في المسافة كل 3 وحدات زمنية.



وثيقة (5-5-1): الإحداثيات الزمكانية لشخصين أحدهما ثابت والآخر متحرك (من منظور الشخص الثابت)

والآن، سنقوم برسم خطوط مرجع الشخص المتحرك، مع مراعاة مبدأ النسبية:

نعلم أنه للتحويل بين الإحداثيات المختلفة، نستعمل مصفوفة جاكوبي، وفي هذه الحالة، نقوم بالتحويل إلى إحداثيات الشخص المتحرك كما يلي:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \vec{u}}{\partial t'} = \dfrac{\partial t}{\partial t'}\dfrac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \dfrac{\partial x}{\partial t'}\dfrac{\partial \vec{u}}{\partial x} \\ \dfrac{\partial \vec{u}}{\partial x'} = \dfrac{\partial t}{\partial x'}\dfrac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \dfrac{\partial x}{\partial x'}\dfrac{\partial \vec{u}}{\partial x} \end{cases} \qquad (5.5.A1)$$

ومن خلال التحويلات العكسية للورنتز لدينا:

$$\begin{cases} ct = \gamma(ct' + \beta x') \\ x = \gamma(\beta ct' + x') \end{cases} \qquad (5.5.A2)$$

رأينا فيما سبق أن التفاضل الجزئي لأي شعاع بالنسبة لمتغير يعطينا شعاع الوحدة المرافق لذلك المتغير، على سبيل المثال: $\frac{\partial \vec{u}}{\partial t'} = \overrightarrow{e_t'}$.

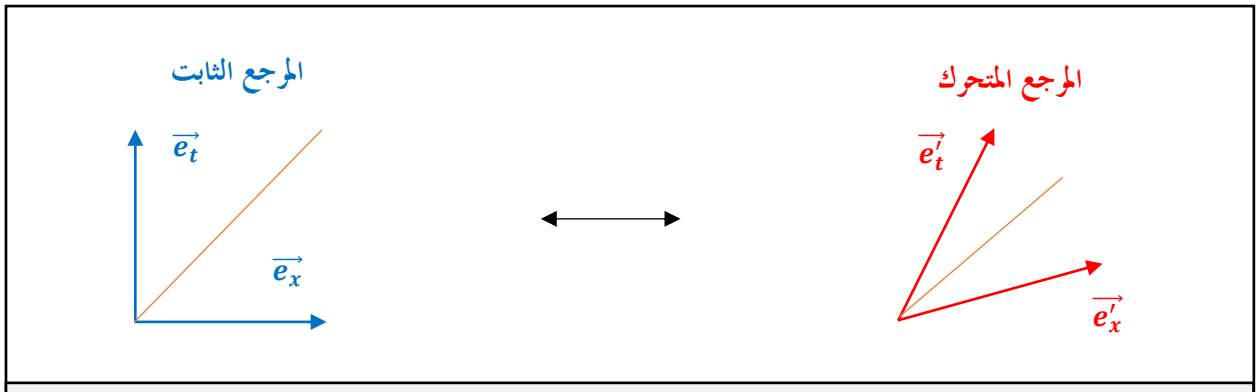
إذن، بتعويض (5.5. A2) في (5.5. A1):

$$\begin{cases} \overrightarrow{e_t'} = \gamma \overrightarrow{e_t} + \gamma\beta c \overrightarrow{e_x} \\ \overrightarrow{e_x'} = \dfrac{\gamma\beta}{c} \overrightarrow{e_t} + \gamma \overrightarrow{e_x} \end{cases} \qquad (5.5.\,A)$$

ونلاحظ هنا ملاحظتان:

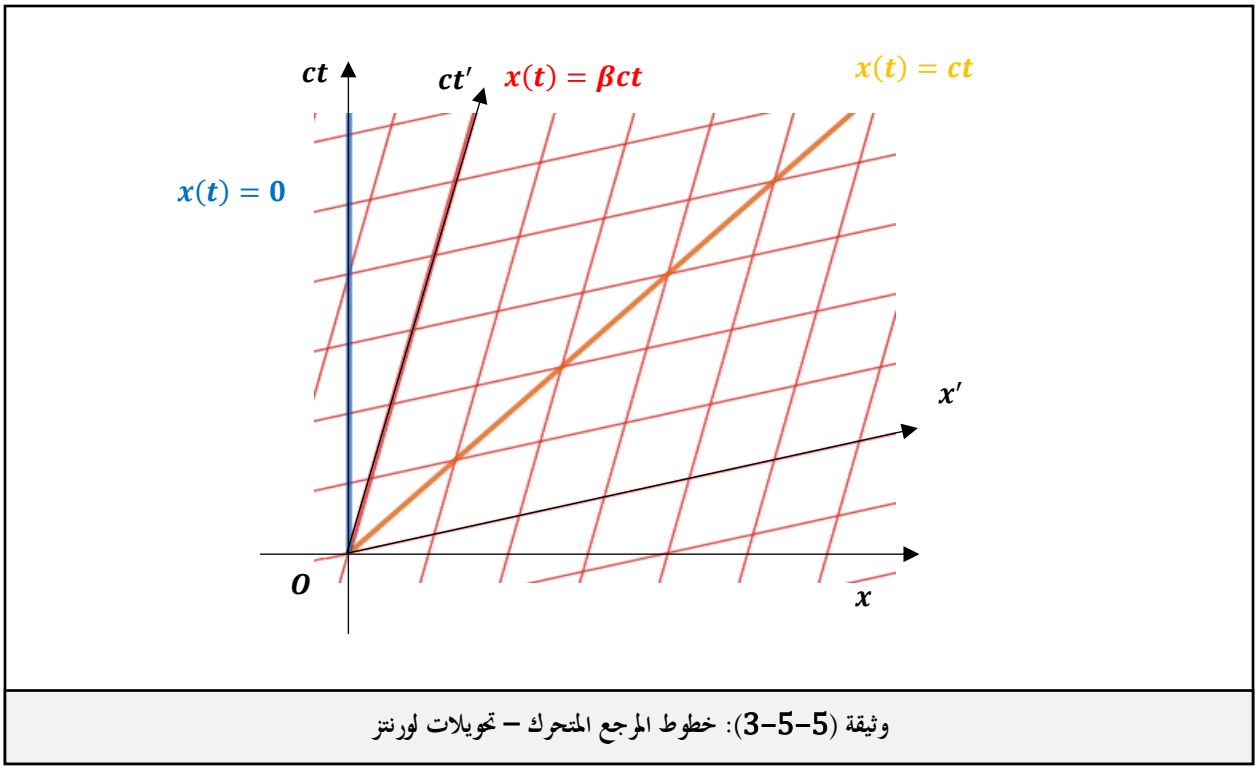
أولا، في تحويلات لورنتز، نضرب أشعة الوحدة في معامل التصحيح γ، وهذا يدل على أن أشعة الوحدة الجديدة أكبر في طولها من أشعة الوحدة القديمة.

ثانيا، شعاع الوحدة الجديد لمحور المسافة أصبح يتعلق هذه المرة بالزمن عكس ما رأيناه سابقا في تحويلات غاليليو، وبالتالي، فحتى محور المسافة يجب أن نميله نحو الأعلى بنفس الزاوية التي أملنا بها محور الزمن، بحيث يكون خط الضوء دائما منصفا، وبهذا نجد أن سرعة الضوء ثابتة لجميع المراقبين.



وثيقة (5-5-2): أشعة الوحدة لمرجع متحرك بالنسبة لمرجع ثابت في فضاء مينكوفسكي

بمراعاة ما سبق نحصل على التمثيل التالي لخطوط مرجع الشخص المتحرك. الوثيقة (5-5-3).



وثيقة (5-5-3): خطوط المرجع المتحرك – تحويلات لورنتز

كما نرى في التمثيل السابق، فالضوء يقطع وحدة واحدة في المكان مقابل كل وحدة في الزمن بالنسبة لكلا المرجعين في نفس الوقت وهذا يعني أن للضوء نفس السرعة في كلا المرجعين، وبالتالي، مبدأ النسبية محقق.

وأيضا، بسبب حركة الشخص الثاني، نرى نسيج زمكانه وكأنه قد تم تشويهه، وكل هذا فقط لتثبيت سرعة الضوء.

من خلال التمثيل السابق يتبين لنا أن تعريف هندسة مينكوفسكي للتعامد مختلفة عن تعريف الهندسة الإقليدية.

في الهندسة الإقليدية نقول عن شعاعين أنهما متعامدان إذا كان:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 0 \qquad (5.5.B1)$$

أي:

$$AB \cos \theta_{AB} = 0 \qquad (5.5.B2)$$

إذن $\theta_{AB} = \frac{\pi}{2}$.

ففي الهندسة الإقليدية، التعامد بين شعاعين يعني أن بينهما زاوية قائمة...

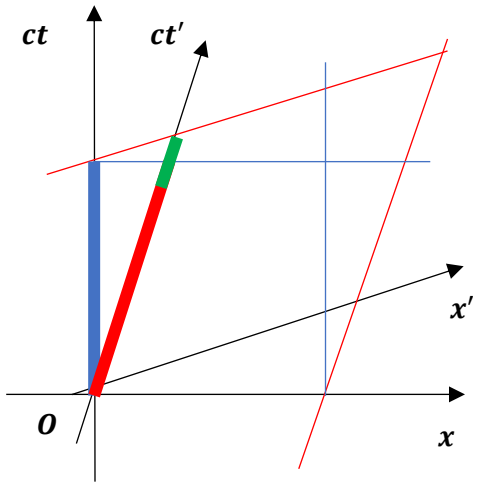
لكن في فضاء مينكوفسكي التعامد يعرف كما يلي:

$$\underline{A} \cdot \underline{B} = 0 \qquad (5.5.C)$$

ومن خلال التمثيل السابق نعرف أن التعامد بين شعاعين في فضاء مينكوفسكي يعني أن الشعاع الذي يمثل مسار الضوء يكون منصفا لهذين الشعاعين...

تباطؤ الزمن:

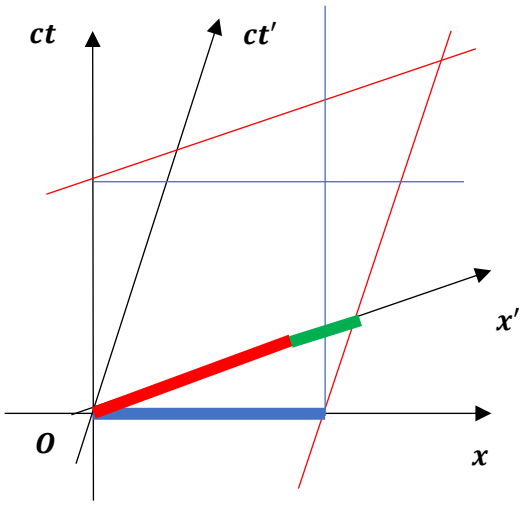
لو مشينا في مرجع الشخص الثابت وحدة واحدة في الزمن (باللون الأزرق)، فسنجد أن الزمن في مرجع الشخص المتحرك لم يتجاوز بعد وحدة واحدة والخط باللون الأخضر يمثل مقدار التأخر الزمني في ساعة الشخص المتحرك عن ساعة الشخص الثابت، وهذا يعني تباطؤ زمن الشخص المتحرك بالنسبة للشخص الثابت. الوثيقة (5-5-4).



وثيقة (5-5-4): هندسة فضاء مينكوفسكي – تباطؤ الزمن

تقلص الطول:

لو افترضنا وجود جسم (باللون الأحمر) في مرجع الشخص المتحرك، فإن الشخص الثابت سيرى من هذا الجسم اسقاطه، وبالتالي سيتقلص طوله بالنسبة له، والخط الأخضر يوضح مقدار الطول الذي تقلص، الوثيقة (5-5-5).



وثيقة (5-5-5): هندسة فضاء مينكوفسكي – تقلص الطول

بعيدا عن نسيج الزمكان وكل هذه التعقيدات، تخيل أنك أتيت بقلم ووضعته بشكل أفقي (موازٍ للأرض)، ثم أضأته من الأعلى، ما يحدث أنك سترى ظل هذا القلم مساوٍ لطوله، لكن ماذا لو قمت بإمالة القلم قليلا؟

ما ستراه أن ظل القلم سيصبح أقصر وأقصر، وهذا ما يحدث تماما في فضاء مينكوفسكي رباعي الأبعاد.

فنحن كائنات ثلاثية الأبعاد لا يمكننا أن نرى الأبعاد الأربعة بأعيننا، فكل ما نراه هو إسقاط ثلاثي الأبعاد لزمكان بأربعة أبعاد، وكما قلنا أن التسارع ما هو إلا دوران في أربعة أبعاد، فإن مركبة أينشتاين مكافئة تماما للقلم، كل ما كنا نراه هو "ظل" مركبة أينشتاين ثلاثي الأبعاد، وبتسارع المركبة، حدث لها دوران في أربعة أبعاد، وذلك قلص من طول "ظلها" على محور المكان، وبما أن كل ما نراه في الحقيقة هو ظلها، فإن ذلك جعلنا نتوهم أن طولها يتقلص.

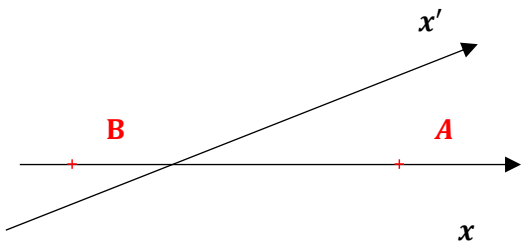
ربما هذا سيوضح أكثر ما قلناه فيما سبق عن أن فضاء مينكوفسكي أزال الغموض عن قضية النسبية، وأن الحقيقة مطلقة، ومنظورنا لهذه الحقيقة هو النسبي، فطول القلم ثابت ومطلق والجميع متفق على أن له قيمة معينة، لكن ظله هو المتغير حسب زاوية إمالتنا له.

نسبية الآنية:

أخيرا، فالتفسير الهندسي لنسبية الآنية يمكن فهمه كما يلي: تخيل حدثين A و B حدثا في نفس الوقت بالنسبة للشخص المتحرك، هذا يعني أن: $t_A = t_B$، وهندسيا، هذا يدل على أن الحدثين A و B موجودان على نفس خط المحور x لكن في مكانين مختلفين.

لو قمنا برسم خطوط المرجعين معا، سنجد أن الحدثين A و B بالنسبة لمرجع الشخص المتحرك ليسا على نفس المحور x'، وهذا يعني أن $t'_A \neq t'_B$، إذن: الحدثان A و B غير متزامنين في للمرجع المتحرك، وبالتحديد: في المرجع المتحرك، الحدث A حدث أولا يليه الحدث B.

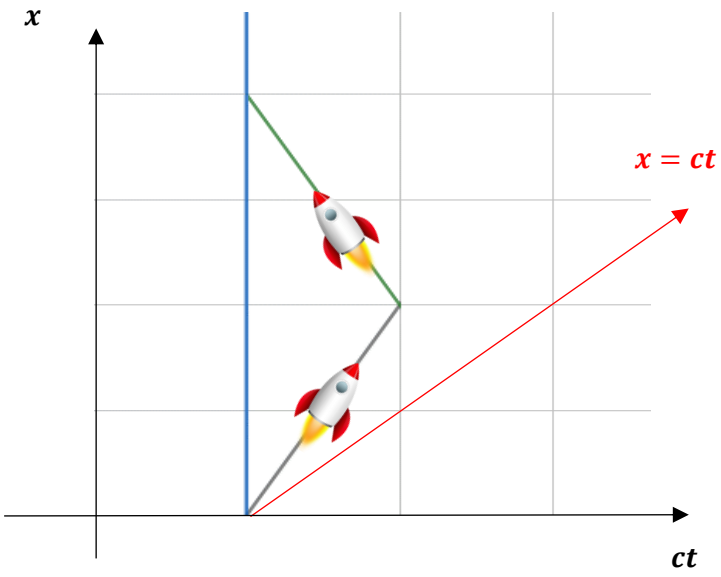
وهذا ما تمثله الوثيقة (5-5-6):



وثيقة (5-5-6): هندسة فضاء مينكوفسكي – نسبية الآنية

6) الفرق بين الهندسة الإقليدية وهندسة فضاء مينكوفسكي:

لنتخيل أن مركبة انطلقت من الأرض، بسرعة ثابتة مقدارها نصف سرعة الضوء، ثم عادت إلى الأرض.



وثيقة (5-5-7): هندسة فضاء مينكوفسكي

في الوقت التي كانت فيه هذه المركبة تقطع رحلتها الطويلة، كان هناك على الأرض مراقب ثابت يراقب هذه المركبة.

نعلم أن الفاصل الزمكاني كمية محفوظة، وبالتالي سندرس الفواصل الزمكانية لكل من المركبة والمراقب الثابت.

في مرجع هذا المراقب، سنعود إلى التمثيل السابق لنرى أنه قطع أربع وحدات في الزمن، دون أن يقطع أي مسافة في المكان، وبالتالي فالفاصل الزمكاني له يعطى كما يلي:

$$S = \sqrt{(ct)^2 - x^2} = \sqrt{4^2 - 0^2} = 4 \qquad (5.6.\text{A})$$

أما بالنسبة للمركبة، فسنلاحظ أنها قطعت رحلتها على مرحلتين، حيث قطعت في المرحلة الأولى وحدتين في الزمن مقابل وحدة في المكان، وكذلك في المرحلة الثانية.

نكتب الفاصل الزمكاني للمرحلة الأولى:

$$S_1 = \sqrt{(ct_1)^2 - x_1^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3} \qquad (5.6.\text{B1})$$

أما الفاصل الزمكاني للمرحلة الثانية فهو مساو للمرحلة الأولى:

$$S_2 = \sqrt{(ct_2)^2 - x_2^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3} \qquad (5.6.\text{B2})$$

لو قمنا بجمع مساري المرحلتين لنحسب الفاصل الزمكاني الكلي للمركبة فسنجد:

$$S' = S_1 + S_2 = 2\sqrt{3} = 3.46 \qquad (5.6.\text{B})$$

لاحظ أن لدينا مساران مختلفان، بدآ من نفس النقطة وانتهيا كذلك في نفس النقطة، لكن الغريب أن المسار المستقيم هو المسار الأطول، فطوله في الزمكان يساوي أربع وحدات، لكن المسار المتعرج أخذ ثلاث وحدات ونصف تقريبا.

وبهذا نستنتج أنه في فضاء مينكوفسكي، لو قمنا برسم مثلث ABC، فإن هذا المثلث سيحقق المتراجحة التالية:

$$AB^2 + BC^2 \leq AC^2 \qquad (5.6.\text{C})$$

وهذا مخالف تماما لما نعرفه في الهندسة الإقليدية، حيث نعرف المتراجحة الشهيرة $(5.6.\text{D})$، والتي تقول بأن أقصر مسار بين نقطتين هو خط مستقيم.

$$AB^2 + BC^2 \geq AC^2 \qquad (5.6.\text{D})$$

لكن في هندسة فضاء مينكوفسكي، فإن المسار المستقيم هو أطول خط للربط بين نقطتين مختلفتين، وأي خط متعرج نرسمه بأي طريقة سنجد أنه أقصر من ذلك الخط المستقيم.

وهذا حدث بسبب مترية فضاء مينكوفسكي التي عرفناها في بداية هذا الفصل، فبسبب اختلاف إشارة الأبعاد المكانية عن البعد الزمني في حساب المسافة الزمكانية، أصبحت الحركة في المكان تقلل في طول المسار في الزمكان نتيجة لإشارتها السالبة، وكأنها طريق مختصر للسفر إلى المستقبل في وقت أسرع من البقاء ساكنا.

طبعا فهم فضاء كهذا بشكل حدسي مستحيل، نحن فقط تعاملنا مع مترية فضاء مينكوفسكي رياضيا فوصلنا إلى هذه النتيجة، فنحن بالكاد نستطيع فهم هندسة زمكان إقليدي رباعي الأبعاد، فضلا عن أن نفهم هندسة زمكان غير إقليدي كزمكان مينكوفسكي! كل ما نفعله هو الاستعانة بالرياضيات للحصول على مقاربات تقرب لنا ما يحصل بالفعل.

7) خلاصة:

في هذا الفصل، تطرقنا إلى مفهوم الزمكان، وهو هيكل رباعي الأبعاد يعرف فيه الزمن كبعد مرتبط بالمكان، لكن مع وجود فرق وتميز لهذا البعد الزمني.

يحتوي فضاء مينكوفسكي على الأدوات الرياضية التي تمكننا من دراسة الزمكان.

نكتب الأشعة ذات الأبعاد الأربعة بالشكل التالي:

$$\underline{A} = A_t \underline{e_t} + A_x \underline{e_x} + A_y \underline{e_y} + A_z \underline{e_z} = \begin{pmatrix} A_t \\ A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix}$$

بناء على مبدأ ثبات سرعة الضوء، قمنا بتعريف مترية مينكوفسكي بالشكل التالي:

$$g_{\mu\upsilon} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

ومن خلال تعريفنا لمترية مينكوفسكي، قمنا بتعريف الجداء السلمي لشعاعين بأربعة أبعاد:

$$\underline{A} \cdot \underline{B} = A_t B_t - A_x B_x - A_y B_y - A_z B_z$$

وأيضا عرفنا مربع طويلة شعاع في فضاء مينكوفسكي كما يلي:

$$\underline{A}^2 = A_t^2 - A_x^2 - A_y^2 - A_z^2$$

جميع الأشعة في فضاء مينكوفسكي لها فواصل زمكانية لا تتغير بالنسبة لجميع المراجع القصورية، وهذا تحقيقا لمبدأ ثبات سرعة الضوء.

بعد ذلك تطرقنا لتعريف أهم المقادير الفيزيائية:

شعاع الحدث (شعاع من جنس الزمن):

$$\underline{S} = \begin{pmatrix} ct \\ \vec{r} \end{pmatrix} \quad ; \quad \underline{S}^2 = c^2\tau^2$$

شعاع السرعة (شعاع من جنس الزمن):

$$\underline{S} = \gamma_v \begin{pmatrix} c \\ \vec{v} \end{pmatrix} \quad ; \quad \underline{V}^2 = c^2$$

شعاع التسارع (شعاع من جنس المكان):

$$\underline{A} = \gamma_v \frac{d\underline{V}}{dt} \quad ; \quad \underline{A}^2 = -\alpha^2$$

شعاع الطاقة–كمية الحركة (شعاع من جنس الزمن):

$$\underline{P} = \begin{pmatrix} \frac{E}{c} \\ \vec{p} \end{pmatrix} \quad ; \quad \underline{P}^2 = m^2c^2$$

شعاع القوة (شعاع من جنس المكان):

$$\underline{F} = m\underline{A} \quad ; \quad \underline{F}^2 = -m^2\alpha^2$$

شعاع الموجة:

$$\underline{K} = \begin{pmatrix} \frac{\omega}{c} \\ \vec{k} \end{pmatrix} \quad ; \quad \underline{K}^2 = \frac{m^2c^2}{\hbar^2}$$

يعبر المخروط الضوئي عن مجموعة الأحداث الماضية التي يمكنها أن تتصل بالحدث $\underline{S}$ وتؤثر فيه، وأيضا يعبر عن مجموعة الأحداث المستقبلية التي يتصل بها الحدث $\underline{S}$ ويؤثر فيها.

يختلف فضاء مينكوفسكي عن الفضاء الإقليدي وذلك بسبب تمييزه للزمن كبعد مختلف عن الأبعاد المكانية، فعلى سبيل المثال، أقصر مسار مستقيم بين نقطتين في فضاء مينكوفسكي ليس خطا مستقيما، بل يعتبر الخط المستقيم بين النقطتين أطول مسار ممكن للربط بينهما!

الفصل السادس: الديناميك

1) الزخم والقوة:

كما رأينا في الجزء الخاص بالميكانيك الكلاسيكي، فالزخم أو كمية الحركة هو كمية تصف لنا مقدار اندفاع الجسم، وعرفناه على أنه كتلة الجسم مضروبة في سرعته، لكننا بعد أن اكتشفنا مبادئ النسبية وجدنا أن "سرعته" لا يمكن أن تكون مطلقة، وإنما يجب أن ننسبها لمرجع.

فلو افترضنا أن جسما يسير بسرعة v بالنسبة لك، فالزمن عند ذلك الجسم لا يمر عليه كما يمر عليك في مرجعك، فلو أن هذا الجسم كان عبارة عن مركبة، وبداخل المركبة صديقك، فلو أن صديقك في هذه الحالة حرك يده بسرعة معينة، فسترى يده تتحرك ببطء!، وبالتالي حتى تكون دراستك صحيحة، عليك أن تدرس التغير في حركة الجسم بالنسبة لمرجعه الخاص..

إذن، حتى نعرف كمية الحركة الحقيقية لجسم متحرك، نقوم بضرب كتلة هذا الجسم في تفاضل موقعه بالنسبة لزمنه الخاص τ وليس بالنسبة لزمنك t، فنحصل على ما يلي:

$$\vec{p} = m\frac{d\vec{r}}{d\tau} \qquad (6.1.A1)$$

نعلم أنه من عبارة التباطؤ الزمني:

$$t = \gamma\tau \qquad (6.1.A2)$$

نقوم بالتفاضل لنحصل على:

$$d\tau = \frac{dt}{\gamma} \qquad (6.1.A3)$$

إذن:

$$\vec{p} = m\gamma\frac{d\vec{r}}{dt} \qquad (6.1.A4)$$

وبالتالي، نعرف الزخم في النسبية الخاصة كما يلي:

$$\vec{p} = \gamma m\vec{v} \qquad (6.1.A)$$

المعادلة السابقة يمكن قراءتها وتفسيرها بالشكل التالي:

$$\vec{p} = (\gamma m_0)\vec{v} \qquad (6.1.A')$$

وهذه القراءة للمعادلة أخرجت لنا مفهوما جديدا يسمى بالكتلة النسبية.

يمكننا أن نقول: كتلة الجسم تتغير بتغير سرعته، حيث نعبر عنها عند السكون بـ: $m = m_0$.

وعند الحركة بسرعة v تصبح كتلة الجسم النسبية: $m = \gamma m_0$.

بعبارة أخرى نقول إن كتلة الجسم تساوي كتلته عند السكون مضروبة في معامل التصحيح γ.

وبالتالي الكتلة النسبية للجسم تزداد بزيادة سرعته، حتى تصبح لا نهائية عندما تقترب سرعة الجسم من سرعة الضوء.

علما أن كتلة الجسم هي مقاومة هذا الجسم للحركة.. وطبعا الكتلة النسبية لا علاقة لها بكمية مادة الجسم، لأن كمية المادة تبقى ثابتة ولا تتأثر بحركة الجسم بأي شكل من الأشكال! ما يتغير هو مقاومة الجسم للحركة، أي أن تسريعه يصبح أصعب كلما اقتربت سرعته من سرعة الضوء وبالتالي يمكننا القول إنه كلما زادت سرعة الجسم، كلما كان تحريكه أصعب، حتى نقترب من سرعة الضوء فنجد أن الجسم غير قابل لأن نسرعه أكثر وذلك لأن كتلته أصبحت لا نهائية، إذن، لا يمكن لجسم له كتلة أن يصل إلى سرعة الضوء.

2) المبدأ الأساسي للتحريك:

في الديناميك النيوتوني، رأينا أن المبدأ الأساسي للتحريك (القانون الثاني لنيوتن) ينص على ما يلي:

مجموع القوى المؤثرة على الجسم تساوي كتلته مضروبة في تسارعه، ونكتب: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

ويمكننا الحصول على هذا المبدأ من خلال اشتقاق كمية الحركة الكلاسيكية بالنسبة للزمن، فكما نعلم، القوة هي التغير في كمية الحركة بدلالة الزمن، وبالتالي فإن مجموع القوى المؤثرة على جسم يساوي مشتقة كمية حركته بالنسبة للزمن ونكتب:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} \qquad (6.2.\text{A})$$

وهذا هو المبدأ الأساسي للتحريك في الميكانيك الكلاسيكي.

لكننا رأينا أن شعاع كمية الحركة في النسبية الخاصة يختلف! لأن شعاع كمية الحركة $\vec{p}$ أصبح يتعلق بمعامل التصحيح γ، وبالتالي نكتفي بالتعريف التالي:

مجموع القوى المؤثرة على جسم يساوي تفاضل كمية الحركة بالنسبة للزمن الذاتي للجسم. ونكتب: $\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{d\tau}$

3) الطاقة الكلية وطاقة السكون:

نفترض أن لدينا جسما يتحرك بسرعة v، حتى نحصل على عبارة طاقته الكلية في الميكانيك الكلاسيكي نقوم بالتكامل:

$$E = \int \vec{F} \cdot d\vec{l} \qquad (6.3.\text{A1})$$

$$E = m\int \vec{a}\cdot d\vec{l} = m\int \frac{d\vec{v}}{dt}\cdot d\vec{l} = m\int \frac{d\vec{l}}{dt}\cdot d\vec{v} = m\int \vec{v}\cdot d\vec{v} \qquad (6.3.A2)$$

$$E = \frac{1}{2}mv^2 \qquad (6.3.A)$$

لكن في النسبية الخاصة، قمنا بتغيير عبارة القوة، وبالتالي فعبارة الطاقة الكلية ستكون باستخدام المبدأ الأساسي للتحريك في النسبية الخاصة:

$$E = \int \gamma \frac{d\vec{p}}{dt}\cdot d\vec{l} \qquad (6.3.B1)$$

$$E = \int \gamma \frac{d\vec{l}}{dt}\cdot d\vec{p} \qquad (6.3.B2)$$

من أجل v ثابتة، لدينا: المسافة $d\vec{l}$ تتأثر بتقلص الطول وبالتالي، $dl = \frac{dx}{\gamma}$:

$$\frac{d\vec{l}}{dt} = \frac{1}{\gamma}\frac{dx}{dt} = \frac{v}{\gamma} \qquad (6.3.B3)$$

مشتقة المسافة المقطوعة بالنسبة للزمن تعطينا سرعة الجسم مقسومة على معامل التصحيح، بفرض أن شعاع سرعة الجسم له نفس اتجاه كمية حركته نحصل على:

$$E = \int v d(\gamma v) \qquad (6.3.B3)$$

لدينا:

$$d(\gamma v) = d\left(\frac{v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right) = \frac{1}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}dv \qquad (6.3.B4)$$

نحصل أخيرا على التكامل التالي:

$$E = \int \frac{v}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}dv \qquad (6.3.B5)$$

بحساب التكامل مع إهمال ثابت التكامل نجد:

$$\boldsymbol{E = \gamma mc^2} \qquad (6.3.B)$$

وهذه هي عبارة الطاقة الكلية لأي جسم.

نقوم بكتابة عبارة الطاقة الكلية بدلالة سرعة الجسم، فنحصل على:

$$\boldsymbol{E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}} \qquad (6.3.\mathrm{B}')$$

من أجل دراسة طاقة الجسم الكلية من أجل السرعات الصغيرة نقوم بتطوير تايلور للدالة $E(\beta)$ من أجل β تؤول إلى الصفر

(بما أن v أصغر بكثير من سرعة الضوء، فإن النسبة $\beta = \frac{v}{c}$ تؤول إلى الصفر).

تطوير تايلور لدالة بالقرب من الصفر يكتب من الشكل:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n \qquad (6.3.\mathrm{C})$$

لو قمنا بكتابة عبارة الطاقة الحركية من الشكل السابق سنجد:

$$\boldsymbol{E = mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{3}{8}\frac{m}{c^2}v^4 + \cdots} \qquad (6.3.\mathrm{D})$$

نلاحظ أن الأطراف باللون الأخضر أصغر بكثير من الأطراف باللون الأسود، وذلك نظرا لوجود الثابت c الذي قيمته كبيرة أمام السرعات الصغيرة في المقام.. وبالتالي، يمكن إهمالها من أجل السرعات الصغيرة، فنحصل على:

$$\boldsymbol{E = mc^2 + \frac{1}{2}mv^2} \qquad (6.3.\mathrm{D}')$$

لاحظ أن العبارة باللون الأزرق هي نفسها عبارة الطاقة الحركية في الميكانيك الكلاسيكي! وبالتالي، فإننا نعود إلى الميكانيك الكلاسيكي في حالة السرعات الصغيرة..

لاحظ أيضا أنه من أجل جسم ساكن $(v = 0)$ نجد:

$$\boldsymbol{E = mc^2} \qquad (6.3.\mathrm{E})$$

هذه النتيجة تخبرنا أن الجسم الساكن له طاقة! وهذه الطاقة تسمى بطاقة السكون.

وبهذا نكون قد اشتققنا أحد أشهر معادلات النسبية الخاصة ... معادلة تكافؤ الكتلة والطاقة.

يمكننا الآن تعريف عبارة الطاقة الكلية على أنها مجموع الطاقة الحركية وطاقة السكون، ونكتب:

$$\boldsymbol{E = E_0 + K} \qquad (6.3.\mathrm{F})$$

حيث:

طاقة السكون:

$$E_0 = mc^2 \qquad (6.3.\mathrm{G})$$

الطاقة الحركية:

$$K = (\gamma - 1)mc^2 \qquad (6.3.\mathrm{H})$$

والآن لنقم بكتابة عبارة الطاقة الكلية بدلالة كمية الحركة $\boldsymbol{p}$ وطاقة السكون $\boldsymbol{mc^2}$:

نعلم أن عبارة الطاقة الكلية تعطى بالمعادلة $(6.3.\mathrm{F})$ أي:

$$E = mc^2 + (\gamma - 1)mc^2 \qquad (6.3.\mathrm{I1})$$

نقوم بالتربيع لنحصل على:

$$E^2 = m^2c^4 + (\gamma - 1)^2m^2c^4 + 2(\gamma - 1)m^2c^4 \qquad (6.3.\mathrm{I2})$$

نستخرج $(\gamma - 1)m^2c^4$ كعامل مشترك من الطرف الملون بالأخضر ثم نقوم بالتبسيط فنجد:

$$E^2 = m^2c^4 + (\gamma^2 - 1)m^2c^4 \qquad (6.3.\mathrm{I3})$$

نعلم أن: $\gamma^2 - 1 = \gamma^2\beta^2$، وبالتالي:

$$E^2 = m^2c^4 + \gamma^2\beta^2m^2c^4 \qquad (6.3.\mathrm{I4})$$

لدينا: $\beta^2c^4 = v^2c^2$، ومنه:

$$E^2 = m^2c^4 + \gamma^2m^2v^2c^2 \qquad (6.3.\mathrm{I5})$$

نذكر أن: $p = \gamma mv$، وبالتالي نحصل على:

$$\boldsymbol{E^2 = m^2c^4 + p^2c^2} \qquad (6.3.\mathrm{I})$$

في حالة تعاملنا مع جسم يتعرض لحقل قوة معين، نضيف الطاقة الكامنة V إلى عبارة الطاقة الكلية، فتصبح عبارة الطاقة الكلية في النسبية الخاصة كما يلي:

$$E = \sqrt{m^2c^4 + p^2c^2} + V \qquad (6.3.\text{J})$$

4) التفاعلات والتفككات النووية:

على مستوى الأنوية والذرات، يحدث باستمرار ما يسمى بالتفاعلات والتفككات النووية، لكن طبعا تخضع هذه التفاعلات والتفككات لقوانين انحفاظ، في التفاعلات النووية يحدث اصطدام بين نواتين أو أكثر لتتكون لنا النواتج، أما في التفككات النووية، فما يحدث أن نواة واحدة تتفكك لأجزاء أصغر أكثر استقرارا.

مع ظهور ثورة النسبية، تغير منظورنا إلى قوانين الانحفاظ، وهنا سنفصل في قوانين الانحفاظ الكلاسيكية، ثم نمر إلى قوانين الانحفاظ بعد ثورة النسبية.

مبادئ الانحفاظ في الميكانيك الكلاسيكي:

انحفاظ الكتلة: مجموع كتل المتفاعلات يجب أن يتساوى بالضرورة مع مجموع كتل النواتج.

$$\sum m_i = \sum m_f \qquad (6.4.\text{A1})$$

انحفاظ الطاقة: مجموع الطاقة الكلية للمتفاعلات يبقى محفوظا ويساوي مجموع الطاقة الكلية للنواتج.

$$\sum E_i = \sum E_f \qquad (6.4.\text{A2})$$

انحفاظ الزخم: مجموع كمية حركة المتفاعلات يساوي مجموع كمية حركة النواتج.

$$\sum \overrightarrow{p_i} = \sum \overrightarrow{p_f} \qquad (6.4.\text{A3})$$

وتحكم قوانين الانحفاظ السابقة جميع التفاعلات، فتخيل أنك ضربت صخرتين ببعضهما، ستجد أنهما تتفككان وتكون النواتج صخورا أصغر، تحقق مبدأ انحفاظ الكتلة، فلن يخلق هذا الاصطدام كتلة جديدة، وأيضا لن يستهلك من كتلة الصخرتين، أيضا فالطاقة ستكون محفوظة، وستتحول إلى عدة أشكال (حرارة، صوت، طاقة حركية للصخور الناتجة)، وكذلك الزخم فكمية حركة المتفاعلات ستساوي كمية حركة النواتج.

لو صغرنا المقياس لنصل إلى مستوى الجزيئات، فسنجد أيضا أن جميع قوانين الانحفاظ السابقة تعمل.

لكن لو صغرنا المقياس أكثر، وانتقلنا إلى عالم الأنوية، فقوانين الانحفاظ السابقة لن تعمل جميعا بالشكل الصحيح! وهنا تتدخل نظرية النسبية الخاصة لتجمع قوانين الانحفاظ السابقة في قانون واحد، وهو **قانون انحفاظ الشعاع الرباعي الطاقة–كمية الحركة**، وتعطى علاقته بالشكل

التالي:

$$\sum \underline{\boldsymbol{P_i}} = \sum \underline{\boldsymbol{P_f}} \qquad (6.4.B)$$

وبالتالي من خلال قانون الانحفاظ هذا، يمكننا استخراج جميع القوانين المتعلقة بالتفاعلات والتحللات على مستوى الأنوية.

فيما سبق، نجد أن النسبية الخاصة أبقت على قانوني انحفاظ الطاقة وانحفاظ الزخم، وتجاهلت قانون انحفاظ الكتلة، وذلك لأنه كما ذكرنا سابقا يمكن للكتلة أن تتحول إلى طاقة والعكس صحيح، وبالتالي يمكن لجزء من كتلة المتفاعلات أن يتحول إلى طاقة.

في الحقيقة، قوانين الانحفاظ الكلاسيكية تعمل فقط من أجل نوع من التفاعلات والذي يسمى بالاصطدام المرن، في هذا النوع من التفاعل لا تتحول الكتلة إلى طاقة، وبالتالي تنحفظ الكتلة.

لكن التفاعلات على المستوى الذري ليست كلها اصطدامات مرنة، بل إن معظمها اصطدامات غير مرنة، وبالتالي فمن الضروري العمل بقوانين الانحفاظ التي تفرضها علينا النسبية الخاصة.

5) الخلاصة:

المقارنة بين المقادير الفيزيائية المختلفة في الديناميك الكلاسيكي والديناميك النسبي:

المقادير الفيزيائية	الديناميك الكلاسيكي	الديناميك النسبي
كمية الحركة	$\vec{p} = m\vec{v}$	$\vec{p} = \gamma m\vec{v}$
القوة (من أجل كتلة ثابتة)	$\vec{F} = m\vec{a}$	$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$
الطاقة الحركية	$K = \frac{1}{2}mv^2$	$K = (\gamma - 1)mc^2$
الطاقة الكلية	$E = \frac{p^2}{2m} + V$	$E = \sqrt{m^2c^4 + p^2c^2} + V$
الطاقة الكلية لجسم حر ساكن	$E_0 = 0$	$E_0 = mc^2$

في الميكانيك الكلاسيكي، تحكم التفاعلات بين الأجسام ثلاثة قوانين انحفاظ، بحيث تنحفظ الكتلة، الطاقة، وكمية الحركة، لكن بعد ثورة النسبية الخاصة، وجدنا أن الكتلة والطاقة متكافئان، وبالتالي يمكن دمج قانوني انحفاظ الطاقة والكتلة في قانون واحد، وبهذا أصبح لدينا قانون انحفاظ واحد يحكم كل التفاعلات.

الفصل السابع: مفارقات النسبية الخاصة

عند دراسة بعض مسائل النسبية، نقع في الكثير من الأخطاء، وبسبب هذه الأخطاء سنقع في مفارقات، حيث تكون للمسألة الواحدة إجابتين متناقضتين! وطبعا وجود مفارقة بلا حل يعني بالضرورة خطأ مبدأ النسبية! لكن طبعا مبدأ النسبية صحيح تماما وإلا لم أكن لأكتب هذا الكتاب... لذلك حتما الخطأ يكون في سوء استخدامنا لقواعد النسبية الخاصة...

في هذا الفصل سنتناول أهم المفارقات، ثم نوضح الخطأ الذي وقعنا فيه وتسبب في هذه المفارقة، ثم نقوم أخيرا بحل المفارقة.

1) مفارقة التوأم:

مفارقة التوأم $(Twin\ paradox)$ تعد هذه المفارقة من أشهر مفارقات النسبية الخاصة.

إليك المسألة التالية:

"أحمد وزيد، توأم حقيقي، قرر أحمد أن يسافر، لكن سفره هذا ليس كأي سفر عادي، فهو سيسافر نحو كوكب يبعد أربع سنوات ضوئية، وبسرعة قدرها 80% من سرعة الضوء.

وأنت على الخيار، إما أن تركب مع أحمد، أو تبقى مع زيد، لنقل إنك قررت البقاء مع زيد، انطلقت رحلة أحمد، لنفترض أن لدينا تيليسكوبا قويا يمكننا من خلاله مراقبة حياة أحمد، سنجد أن كل شيء يمر أبطأ من المعتاد عنده، وهذا طبيعي وحدث بسبب تأثير تباطؤ الزمن، وصل أحمد إلى وجهته ومكث قليلا ثم انطلقت رحلة العودة، وأيضا، نرى أن زمنه يسير ببطء، انتظرت عودة أحمد عشر سنوات، لكن بما أن زمن أحمد كان يمر ببطء، ستجد أن التاريخ عنده متأخر عنك بأربع سنوات كاملة! وبالتالي فإن زيد سيكبر عشر سنوات، بينما ستمر على أحمد ست سنوات فقط!

كان هذا مثيرا، فكأن أحمد بسفره بسرعة كبيرة قد سافر بالزمن نحو المستقبل أربع سنوات كاملة! هذا جعلك تندم على اختيارك الأول، لكن لحسن الحظ فقد أتيحت لأحمد فرصة أخرى للذهاب نحو هذا الكوكب، وبلا تردد، اخترت الذهاب معه هذه المرة.

ركب أحمد مركبته، وركبت معه بكل حماس، بدأت مركبته بالتسارع، حتى وصلت سرعتها إلى السرعة المطلوبة، نظرت على الأرض فإذ بك ترى زمنها يتباطأ.

وصل أحمد إلى الكوكب المطلوب بعد خمس سنوات.. وبهذا يكون قد مر على الأرض ثلاث سنوات فقط بسبب التباطؤ الزمني، لم يقض أحمد كثيرا في الكوكب الجديد، وانطلقت رحلة عودته.. وطبعا ركبت معه، وأنت الآن في طريقك نحو الأرض، ترى الأرض وهي تقترب منك بسرعة $0.8c$، وبالتالي فإن زمنها سيتباطأ، إذن، بما أن رحلة العودة بنفس سرعة رحلة الذهاب، فإننا سنأخذ خمس سنوات للوصول إلى الأرض، لكن سنرى خلال الرحلة أن الزمن الذي يمر على زيد يتباطأ، وبالتالي فستمر عليه ثلاث سنوات.. بعد وصولنا، سنجد أن أحمد أخذ عشر سنوات

كاملة لإتمام الرحلة، وبالتالي سيزداد عمره عشر سنوات.. لكن زمن الرحلة بالنسبة لزيد كان ست سنوات فقط، إذن في هذه الحالة سنجد أن أحمد يصبح أكبر من زيد!

تشعر بالغضب، فهذه مؤامرة واضحة، لماذا تمنعك قوانين الطبيعة من السفر نحو المستقبل، بينما تسمح بذلك لغيرك!"

كانت قصة ممتعة وطريفة، لكن بها كارثة، لأنها تجيب عن السؤال "أي الأخوين سيكبر بخمس سنوات؟" بإجابتين متناقضتين تماما! وهذه هي مفارقة التوأم..

من المستحيل أن تتآمر عليك قوانين الطبيعة لأنها بالطبع عمياء! وتسير وفق خوارزميات محددة! فأنت لست بتلك الأهمية صدقني، نحن أمام ما يسمى بالمفارقة، وبعبارة أدق نسميها بالمفارقة الظاهرية، فهي ليست مفارقة حقيقية، إنما هي خطأ في تطبيقنا للقوانين وفهمنا للنسبية الخاصة، ولو كانت مفارقة حقيقة لاستلزم من هذا خطأ النسبية الخاصة، وبالتالي لن أتعب نفسي في كتابة هذا الكتاب.

وحتى نحل هذه المفارقة، لنلخص الإجابتين:

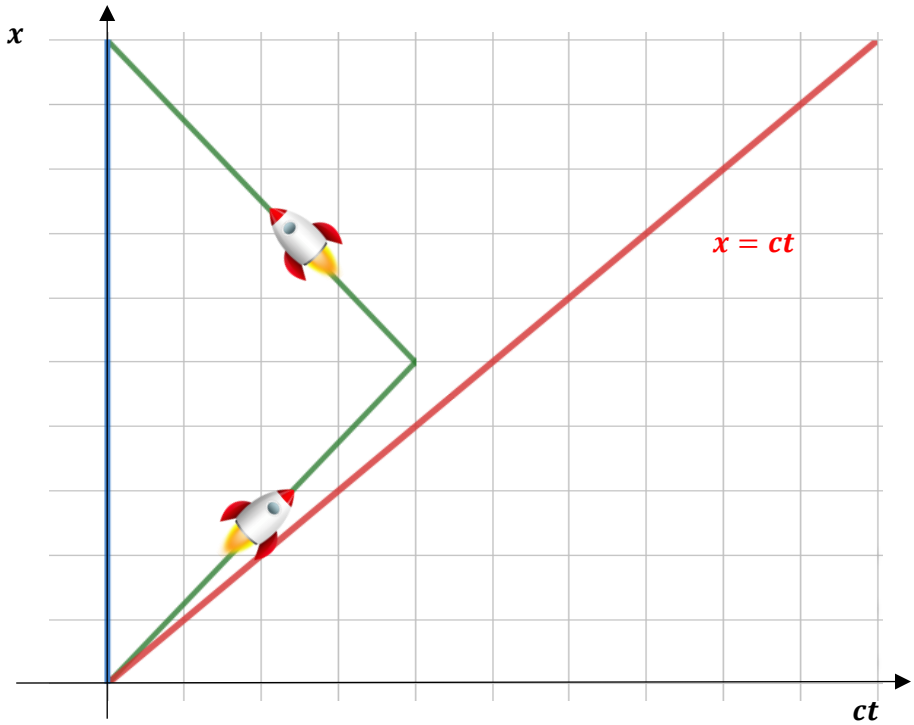
الإجابة الأولى: زيد يصبح أكبر من أحمد بخمس سنوات.

الإجابة الثانية: أحمد يصبح أكبر من زيد بخمس سنوات.

لنرجح الإجابة الصحيحة بين الإجابتين، ولفعل ذلك، نعتمد على فضا مينكوفسكي، فقد قلنا سابقا أن فضاء مينكوفسكي هو القاعدة الهندسية لنظرية النسبية الخاصة والتي تمكننا من وصف الفضاء الذي يجب أن يتفق جميع المراقبين به على كمياته الفيزيائية، وبالتالي، فباستخدام فضاء مينكوفسكي يمكننا الإجابة عن السؤال "أي الأخوين يصبح أكبر عمرا" بإجابة يتفق عليها كلا الأخوين.

لدينا كميتان نريد حسابهما والمقارنة بينهما، وهما عمر أحمد، وعمر زيد، وقد عرفنا فيما سبق الزمن الذي يقيسه كل منهما في مرجعه الخاص بالزمن الذاتي، وبالتالي فكل ما نريد حسابه هو الزمن الذاتي لكل منهما.

لنقم بتمثيل كل من المركبة والأرض في نفس المرجع، ثم لنقم بحساب الزمن الذاتي لكل من زيد وأحمد. الوثيقة (7-1-1).



وثيقة (7-1-1): تمثيل مفارقة التوأم

الخط باللون الأزرق يمثل مسار زيد في الزمكان أما الخط باللون الأخضر فيمثل مسار أحمد.

رأينا فيم سبق أن مربع شعاع الحدث، أو ما نسميه بالفاصل الزمكاني أو المسافة الزمكانية يساوي الزمن الذاتي للشخص مضروبا في سرعة الضوء، وذلك لأن أي مراقب سيرى أنه ثابت في المكان، متحرك في الزمن بالسرعة القصوى، وبالتالي نكتب:

$$\underline{S}^2 = c^2\tau^2 \qquad (7.1.A)$$

لنقم بحساب الزمن الذي يقيسه زيد، وبكل بساطة، نرى أن زيدا قد سار في الزمن عشر وحدات، أي أن عمره سيزيد بعشر سنوات.

$$\underline{S_0}^2 = c^2\tau_0^2 = 10^2 \qquad (7.1.B)$$

بحيث نرمز لشعاع حدث زيد بـ S_0، ولزمنه الذاتي بـ τ_0.

والآن لننتقل إلى مرجع أحمد ونرى كيف سيمر الزمن عليه، وبما أننا لسنا في المرجع الخاص به، فسنقوم بحساب الفاصل الزمكاني اعتمادا على التمثيل السابق، نرمز لشعاع حدث أحمد في مرحلة الذهاب بـ S_1 ، ولزمنه الذاتي بـ τ_1.

$$\underline{S_1}^2 = c^2\tau_1^2 = c^2t^2 - x^2 \qquad (7.1.C1)$$

نلاحظ أن أحمد قد قطع أربع وحدات في المكان مقابل خمس وحدات في الزمن، وبالتالي:

$$\underline{S_1}^2 = c^2\tau_1^2 = 5^2 - 4^2 = 3^2 \qquad (7.1.C2)$$

$$c\tau_1 = 3 \qquad (7.1.C)$$

إذن، فرحلة الذهاب بالنسبة لأحمد كانت ثلاث سنوات فقط! لكن مهلا! أليس من المفترض أنه وبسرعته تلك يجب أن يقطع أربع سنوات ضوئية في خمس سنوات؟ والحقيقة أننا أهملنا عاملا مهما وهو أن المسافة بين الأرض والكوكب ستتقلص بالنسبة لأحمد! وبالتالي فإن الزمن الذي سيمر على أحمد أقل من الذي حسبناه قبل قليل.

وبما أن زمن عودة أحمد إلى الأرض يجب أن يساوي زمن رحلته منها لسبب بسيط وهو أن كل ما تغير هو اتجاه سيره وهذا طبعا لن يؤثر على الزمن الذي يقيسه أحمد، بالتالي سنجد أن رحلة الذهاب لأحمد استغرقت ثلاث سنوات، وكذلك رحلة العودة، فزمن الرحلة الإجمالي سيكون ست سنوات بالنسبة لأحمد، وعشر سنوات بالنسبة لزيد، وهذا ما يجب أن يتفق عليه كلاهما، وبهذا تم حل المفارقة.

$$\begin{cases} c\tau_0 = 10 \\ c\tau' = 6 \end{cases} \qquad (7.1.D)$$

وهذا يذكرنا بما قلناه في الجزء الخاص بهندسة فضاء مينكوفسكي، وهو أن المسار المتعرج في فضاء مينكوفسكي يأخذ زمنا أقصر من المسار المستقيم.

لكن مهلا! هناك شيء غير منطقي هنا! أليس من الممكن أن نقول بأن أحمد طوال رحلته كان ثابتا، وأن الكوكب هو الذي جاءه والأرض هي التي ابتعدت عنه؟ وبالتالي لو أعدنا التمثيل السابق سنجد أن مسار زيد هو المسار المتعرج، وأن مسار أحمد هو المسار المستقيم، وبسبب هذا التناظر، يمكننا القول إن أحمد هو من سيأخذ وقتا أطول! وهذا يعيد المفارقة من جديد، من منهما يأخذ زمنا أطول!

والإجابة أن الطرح السابق خطأ لسببين:

السبب الأول أنه لا يوجد تناظر بين مسار زيد ومسار أحمد! لأن أحمد يتسارع ويغير اتجاهه كل مرة وهذا يعرضه إلى قوى وهمية ناتجة عن تسارعه، بينما لا يتعرض زيد لأي قوى وهمية في مساره، وبهذا تم كسر التناظر بينهما ولا يمكن أن نقول إطلاقا أن المساران متناظران.

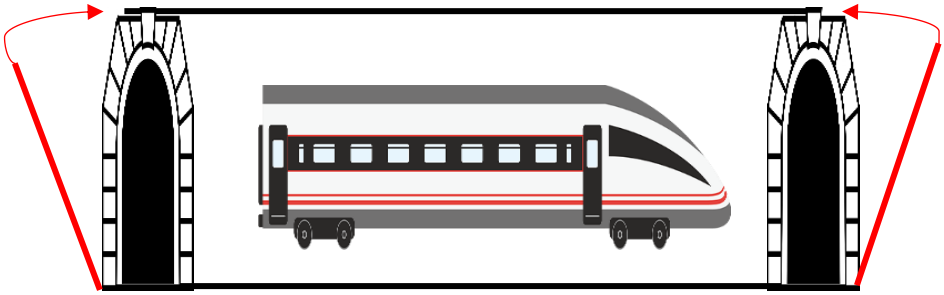
السبب الثاني، أن الفاصل الزمكاني في فضاء مينكوفسكي محفوظ بالنسبة لجميع المراجع القصورية، ومرجع أحمد لم يعد قصوريا بسبب تسارعه، وبالتالي فإن حساب الزمن الذاتي اعتمادا على المرجع الذاتي لأحمد لن يكون بنفس الطريقة التي حسبنا بها الزمن الذاتي عندما كنا في المرجع الذاتي لزيد، بدراسة المراجع المتسارعة سنعرف كيفية حساب الزمن الذاتي بمنظور المراجع غير القصورية.

2) مفارقة النفق:

وتسمى كذلك مفارقة السلم $(Ladder\ paradox)$ تخيل أنك تقف قريبا من سكة قطار تدخل داخل نفق، من بعيد يأتي قطار بسرعة كبيرة قريبة من سرعة الضوء، طول هذا القطار عند السكون مساو تماما لطول النفق ...

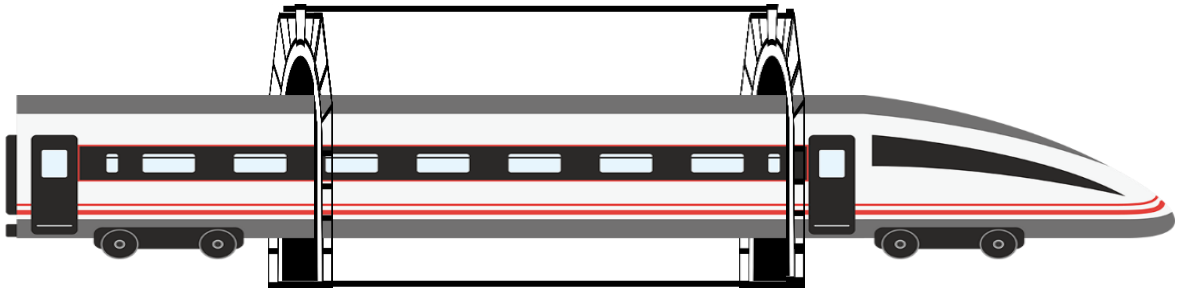
لنفترض أنك تمتلك مفتاح تحكم يسمح لك بإغلاق مدخلي النفق ثم فتحهما بسرعة..

من منظورك، بما أن القطار يسير بسرعة كبيرة، فإن طوله يتقلص، وبالتالي، من السهل إغلاق مدخلي النفق معا في نفس الوقت، وبهذا نكون قد أمسكنا بالقطار في وضعية يكون فيها بالكامل داخل النفق. وهذا ما توضحه الوثيقة (7-2-1).



وثيقة (7-2-1): مفارقة النفق – منظور المراقب الثابت

لكن من منظور ركاب القطار.. الأمر مختلف تماما! فهم يرون أن طول القطار طبيعي، وأن النفق هو الذي حدث له تقلص بسبب حركته بالنسبة لهم، وبالتالي فمن المستحيل أن نغلق على القطار داخل النفق! وهذا ما توضحه الوثيقة (7-2-2).



وثيقة (7-2-2): مفارقة النفق – منظور المراقب المتحرك

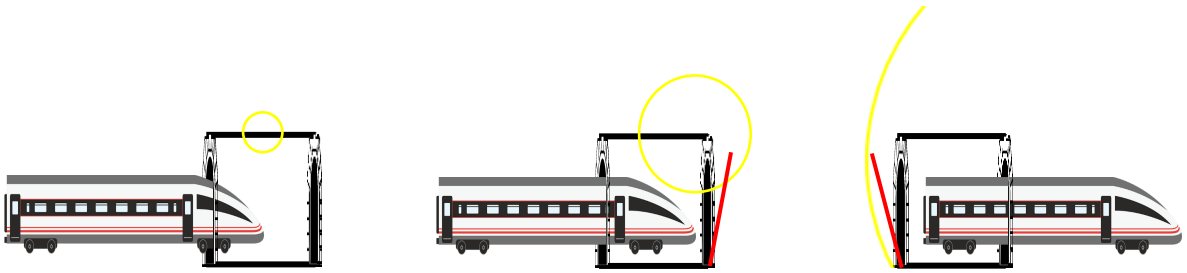
فما هو الصحيح؟ هل يمكن الإمساك بالقطار وهو داخل النفق؟ أم أن ذلك مستحيل؟

والإجابة على هذا السؤال هي نعم ولا، دعونا نقوم بحل هذه المفارقة خطوة بخطوة ...

نعلم أنه بمنظورك، تم إغلاق النفق من الجهتين ثم فتحه بسرعة، في نفس الوقت من الجهتين... وهذا ممكن جدا بالنسبة لك، لكن دعونا ننتقل إلى مرجع القطار...

لو عدنا إلى الفصول السابقة، لوجدنا أن التزامن نسبي، فإن كان حدثان قد حدثا في نفس الوقت بالنسبة لك، فليس من الضروري أن يحدثا في نفس الوقت بالنسبة لركاب القطار، فركاب القطار شاهدوا الباب الأمامي وقد أغلق أولا ثم فتح بسرعة ليخرج الجزء الأمامي من القطار، ثم لما دخل الجزء الخلفي للقطار أغلق الباب الخلفي للنفق بسرعة ثم فتح، وبهذا تم حل المفارقة...

لفهم ما حدث بشكل أفضل، لنفترض أنه من أجل إغلاق مدخلي النفق، وضعنا في منتصف النفق جهازا يرسل إشارة ضوئية نحو طرفي النفق لإغلاقهما، فبالنسبة لك، تخرج الإشارة الضوئية من منتصف النفق نحو مدخلي النفق فتغلقهما في نفس الوقت، لكن بالنسبة لركاب القطار فالنفق هو الذي يسير للخلف، وما سيحدث ممثل في الوثيقة (7-2-3):



وثيقة (7-2-3): حل مفارقة النفق

3) مفارقة سفينة الفضاء لبيل:

مفارقة سفينة الفضاء لبيل $(Bell's\ spaceship\ paradox)$ جاءت هذه المفارقة عندما أردنا حل المسألة التالية:

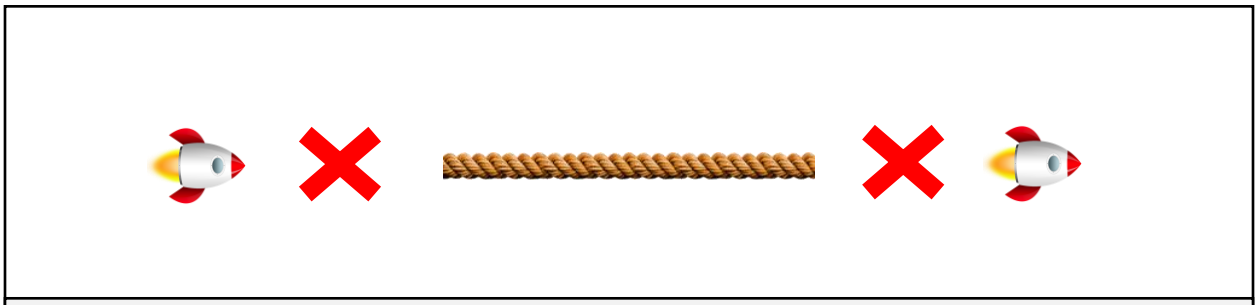
لو أن لدينا سفينتا فضاء يبعدان عن بعضهما مسافة معينة d، ربطنا بينهما بحبل، ثم بدأتا بالتسارع معا في نفس الوقت وبنفس التسارع، فهل سينقطع الحبل بينهما أم أنه سيبقى سليما؟

لو أردنا تحليل هذه المسألة كلاسيكيا.. فسنجد أن الحبل لا ينقطع، وهذا هو الطبيعي والمنطقي، لكن لو أدخلنا النسبية الخاصة، فسنجد إجابتين متناقضتين لنفس السؤال!، وهذا ما نسميه بالمفارقة.

فيما يلي الإجابتان المختلفتان على هذا السؤال:

- **الإجابة الأولى: الحبل ينقطع:**

من وجهة نظر شخص خارج المركبتين، فإن المركبة الأولى يتقلص طولها في اتجاه حركتها، وكذلك المركبة الثانية، لكن بما أنهما يتسارعان بنفس التسارع في نفس الوقت، فهذا يعني أن المسافة d بينهما ستبقى ثابتة، لكن في نفس الوقت، الحبل بينهما بما أنه متحرك فإنه يجب أن يحصل له تقلص في طوله، وبالتالي فالمسافة بين المركبتين تصبح أكبر من طول الحبل، وهذا سيؤدي إلى انقطاعه.



وثيقة (7-3-1): مفارقة سفينة الفضاء لبيل (من وجهة نظر شخص ثابت)

- **الإجابة الثانية: الحبل لا ينقطع:**

لكن من وجهة نظر شخص في المركبة الأولى أو المركبة الثانية، فبما أنهما يتسارعان معا بنفس التسارع، فسرعتهما ستكون دائما نفسها! إذن لا وجود لأي تقلص في الطول بينهما، وبالتالي لا يوجد سبب لانقطاع الحبل!

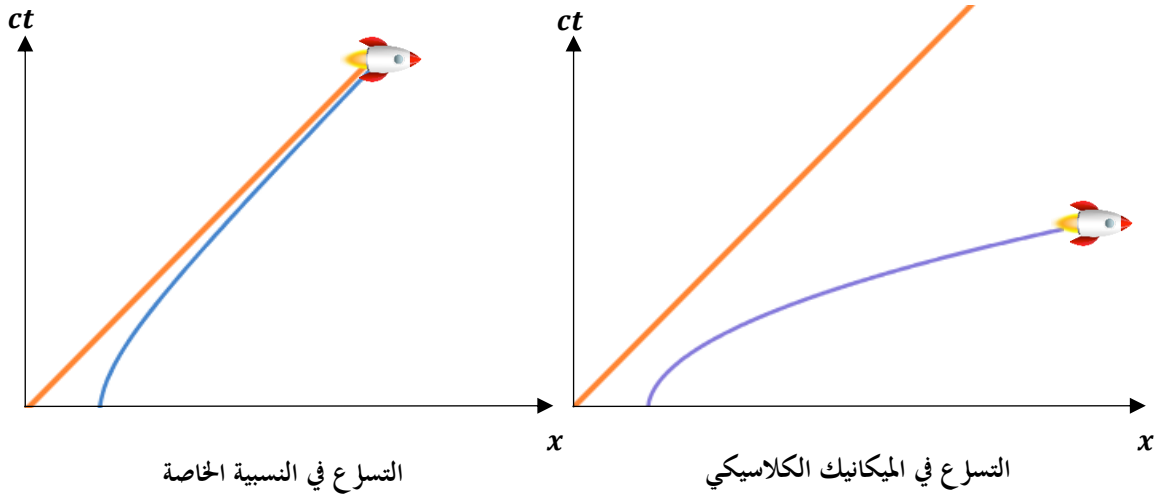
وثيقة (7–3–2): مفارقة سفينة الفضاء لبيل (من وجهة نظر سفينتي الفضاء)

حل المفارقة:

الطرح الأول لا إشكال فيه، إذن فالحبل بالفعل ينقطع، لكن المشكلة في الطرح الثاني أننا درسنا المسافة في مرجع متسارع، دون أن نتطرق إلى تأثيرات التسارع في النسبية الخاصة.

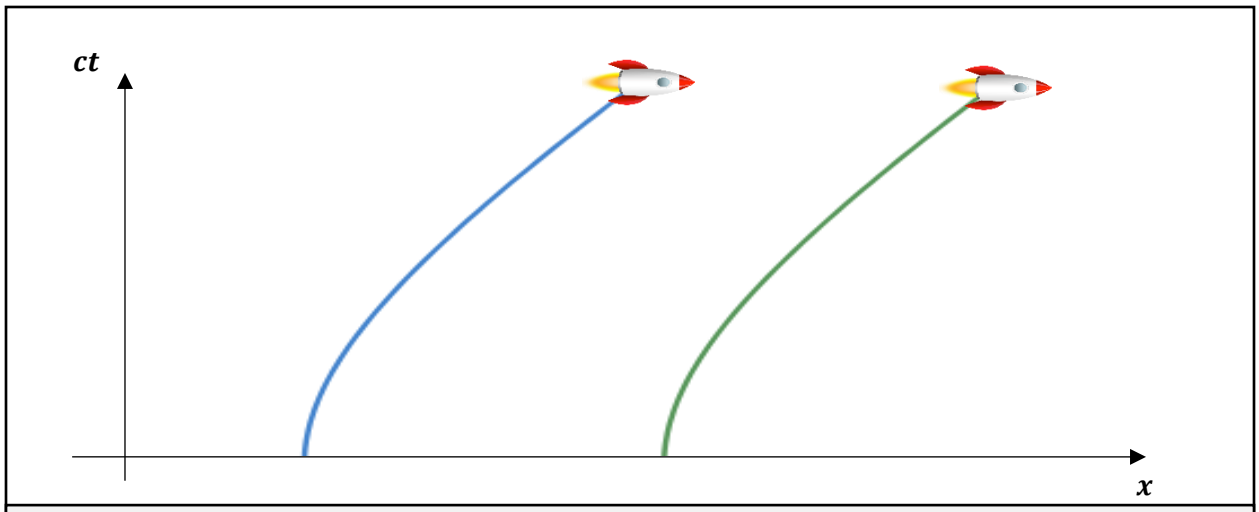
يمكن حل هذه المفارقة باستخدام مبدأ نسبية الآنية، لكن فهم ذلك وتبسيطه يتطلب إنشاء محاكاة بالفيديو، وهذا لا يمكن توفيره في كتاب، لذلك، سنستخدم هندسة فضاء مينكوفسكي لنفهم ما يحصل في مرجع المركبتين.

أولا، حتى نمثل جسما يتسارع، نعلم أن أقصى سرعة يصلها الجسم هي سرعة الضوء، وبالتالي فإن المنحنى الذي يمثل التسارع لم يعد كثير حدود من الدرجة الثانية، وفيما يلي مقارنة بين التسارع في الميكانيك الكلاسيكي والنسبية الخاصة:



وثيقة (7–3–3): المقارنة بين التسارع في الميكانيك الكلاسيكي والنسبية الخاصة

وبالتالي، نمثل مركبتا فضاء يتسارعان معا في نفس الوقت بنفس التسارع كما يلي:

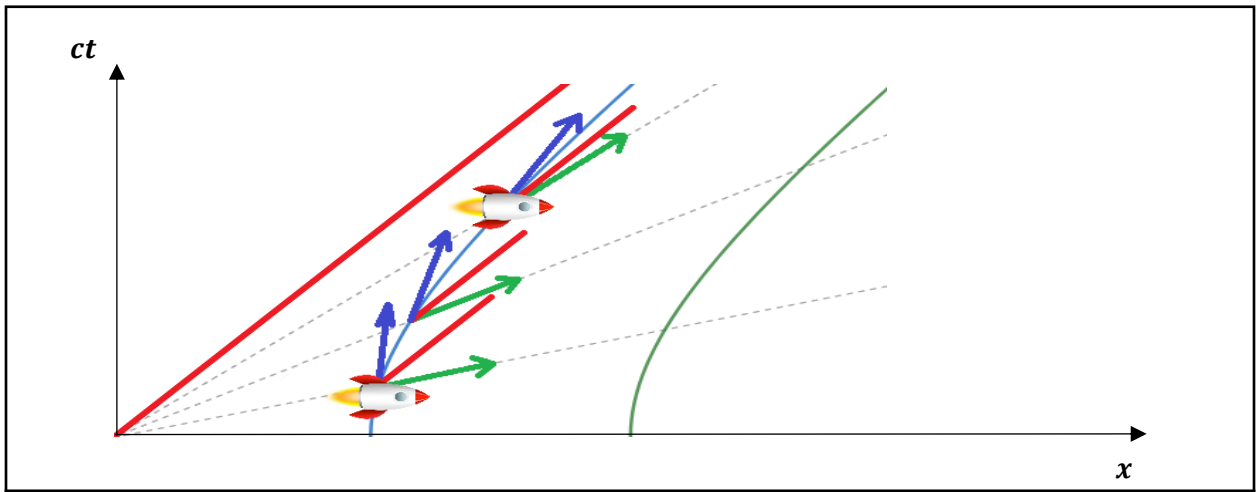


وثيقة (7–3–4): تمثيل سفينتي فضاء يتسارعان بنفس التسارع

رأينا في هندسة فضاء مينكوفسكي أن محور زمن المتحرك يجب أن يكون دائما موازيا للمستقيم الذي يمثل سرعة المتحرك.

لكن في حالتنا يوجد تسارع، إذن، نقوم برسم المماس عند اللحظة التي نريدها، وهذا المماس هو محور زمن المتحرك في تلك النقطة.

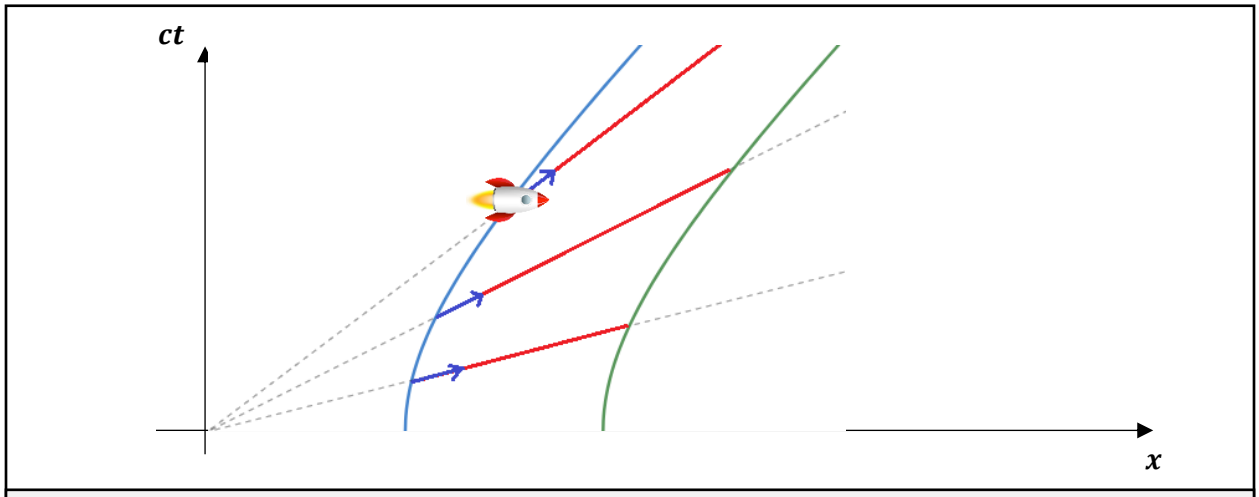
أما بالنسبة لمحور المكان، فقد رأينا أنه دائما متعامد على محور الزمن، لكن "التعامد" في هندسة فضاء مينكوفسكي مختلف عن التعامد الذي نعرفه في الهندسة الإقليدية.. فنقول عن محور المكان أنه متعامد على محور الزمن إن كان المستقيم الذي يمثل سرعة الضوء منصفا للمحورين..



وثيقة (7–3–5): محور المكان (باللون الأخضر) ومحور الزمن (باللون الأزرق) لمرجع متسارع في فترات مختلفة

الخطوط باللون الأحمر تمثل سرعة الضوء، وكما ترى فهي دائما منصف لمحوري الزمن والمكان.

حتى نقيس المسافة بين المركبتين في كل لحظة في مرجعهما، يجب أن نتبع محور المكان الخاص بهما، وبالتمثيل نجد أن المسافة بينهما تزيد! وهذا يعني أن المراقب في المركبة الأولى سيرى أن المركبة الثانية تسير للأمام، أما المراقب في المركبة الثانية فإنه سيرى المركبة الأولى وكأنها تبطئ سرعتها، وبالتالي تزيد المسافة بينهما، وهذا سيؤدي بالضرورة إلى انقطاع الخيط. وبهذا تم حل المفارقة.



وثيقة (7–3–6): حل مفارقة سفينة الفضاء لبيل

4) مفارقة سوبلي (مفارقة الغواصة):

تخيل أنك تبحر بغواصتك في أعماق البحار بسرعة كبيرة قريبة من سرعة الضوء..

دعونا نفترض أنه لا تأثير لاحتكاك الغواصة مع الماء، ونفترض أنك تسير بسرعة ثابتة...

في مرجعك الخاص، بما أن سرعتك كبيرة، فإن الوسط حولك سيتقلص طوله، وبالتالي تزداد كثافته، بينما تبقى كثافة الغواصة ثابتة... وهذا يعني أنك لو زدت سرعتك بشكل كاف، فستطفو الغواصة بسبب مبدأ أرخميدس.

لكن في مرجع مراقب خارج الغواصة، سيرى أن الغواصة هي التي تقلصت، وبالتالي كثافة الغواصة زادت، وهذا يعني أن الغواصة تغرق!

فالآن أصبح لدينا إجابتان متناقضتان لنفس السؤال، وهذا ما نسميه بالمفارقة...

في المرجع الخاص بالغواصة: الغواصة تطفو.

في مرجع مراقب خارج الغواصة: الغواصة تغرق.

الخطأ الذي ارتكبناه هو أننا طبقنا مبدأ أرخميدس في غير موضعه..

نعلم أن قوة الجاذبية هي قوة مشابهة تماما لقوة كولوم، الفرق الوحيد بينهما هو أن كلمة السر في الجاذبية هي الكتلة، بينما كلمة السر في قوة كولوم هي الشحنة، فكما أن:

$$\overrightarrow{F_G} = -\frac{GMm}{r^2}\overrightarrow{e_r} \qquad (7.4.A)$$

فأيضا:

$$\overrightarrow{F_C} = \frac{Kq_1q_2}{r^2}\overrightarrow{e_r} \qquad (7.4.B)$$

نعلم أن حركة الشحنات تولد مجالا مغناطيسيا، إذن فحتى حركة الكتل يجب أن تولد مجالا مغناطيسيا جذبويا شبيها بالمجال المغناطيسي الذي تولده الشحنات المتحركة.. وهذه هي كلمة السر لحل هذه المفارقة...

على كل حال، سنسلك طريقة أسهل لحل المفارقة فالطريقة السابقة معادلاتها مرهقة... وقد مررنا عليها فيما سبق في التمارين، وقد وددت ألا أركز كثيرا على المعادلات في هذا الفصل.

في المرجع الخاص بالمراقب الخارجي، كثافة الغواصة ستزداد بسبب تقلص طولها وانحفاظ كتلتها، وهذا يؤدي إلى غرقها، لا توجد مشكلة في هذا الطرح.

لكن في المرجع الخاص بالغواصة، فرغم أن كثافة المحيط زادت بسبب تقلص طوله وانحفاظ كتلته، فإنه أيضا يسير مع الأرض بسرعة بالنسبة لنا، وهذا يعني أن زمنهما يتمدد بالنسبة للغواصة.

بالنسبة للغواصة، فالقوة المؤثرة عليها لا تتغير، أما المحيط، فبسبب تمدد الزمن سنلاحظ أن قوة تأثير الأرض عليه تقل بشكل متناسب مع مربع معامل التصحيح.

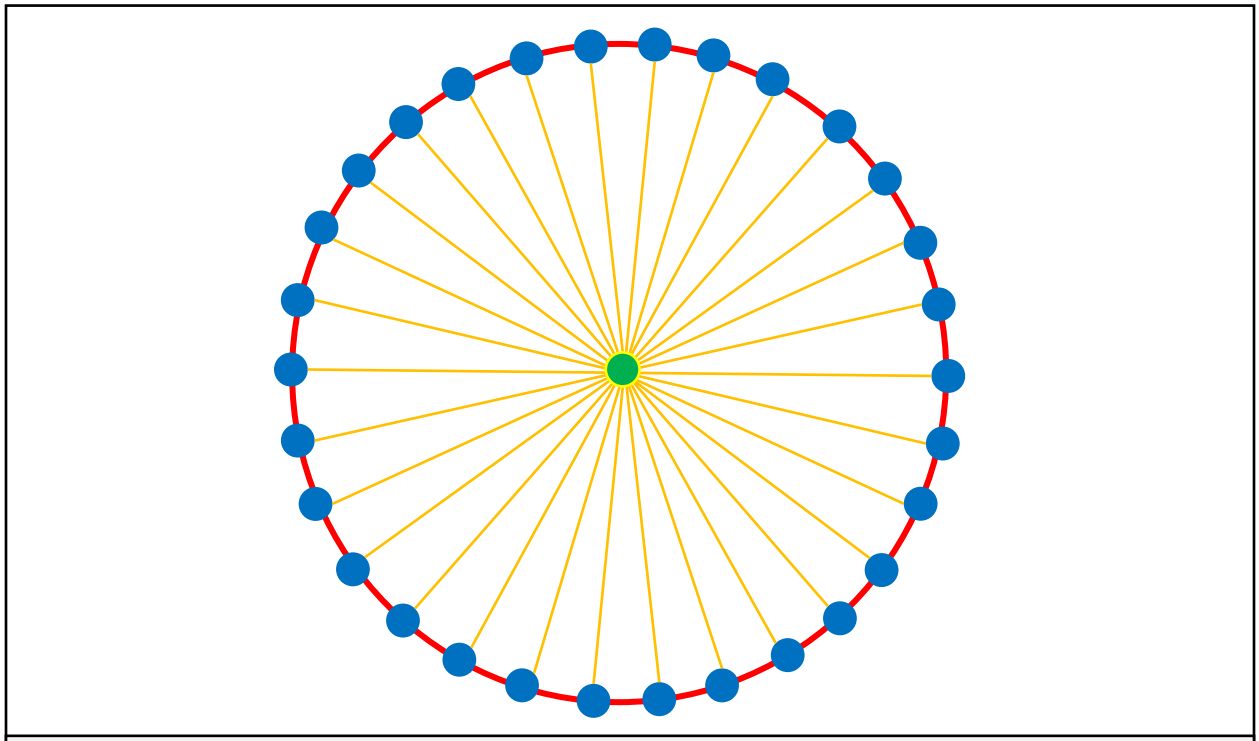
حتى نفهم تأثير تمدد الزمن على القوة، تخيل أنك تسير بسرعة v بالنسبة للأرض، في هذه الحالة لو أن هناك كرة تسقط، ستلاحظ أنها تسقط أبطأ من المعتاد بسبب التمدد الزمني فسرعتها ستكون أبطأ بالتناسب مع معامل التصحيح، أما تسارعها فسيقل بالتناسب مع مربع معامل التصحيح، وبالتالي، فقوة جاذبية الأرض لهذه الكرة قلت بالنسبة لك، وذلك بسبب تأثير تباطؤ الزمن، وهذا تماما ما حدث مع المحيط، فبالفعل كثافته زادت بالتناسب مع معامل التصحيح، لكن مع ذلك قل تأثير جاذبية الأرض عليه بشكل أكبر لأن التناسب هنا يكون عكسيا مع مربع معامل التصحيح!، ولهذا السبب سنجد أن الغواصة ستغرق حتى في مرجعها الخاص، وبهذا تم حل المفارقة.

5) مفارقة القرص الدوار:

لم أجد مرجعا يتحدث عن مفارقة شبيهة بهذه المفارقة، لكنني وجدت أن طرح مفارقة كهذه في هذا الكتاب ستسهل علينا فهم الكثير عن نظرية النسبية الخاصة، فحل هذه المفارقة سيكون بمثابة استبدال عقولنا النيوتونية بعقول أكثر أينشتانية، نص الفارقة كالتالي:

"تخيل أن عندنا قرصا دوارا كما هو ممثل في الوثيقة (7-5-1)، نصف قطر هذا القرص كبير جدا، نقوم بتدوير هذا القرص بسرعة زاوية ω، رغم أن سرعة الأجزاء القريبة من المركز ستكون صغيرة، إلا أنه كلما ابتعدنا عن المركز كلما كانت السرعة أكبر، وبالتالي، لو رسمنا نقاطا عديدة على أطراف هذا القرص، سنجد أنه بسبب سرعتها سيتقلص طولها، إذن ستتقارب هذه النقاط!

لكن على الجانب الآخر، فتقارب النقاط جميعها من بعضها يستلزم بالضرورة أن يقل محيط هذا القرص، وبالتالي يتقلص نصف قطره، لكن كما نعلم فالقرص ثابت في مكانه ولا يوجد سبب ليقل نصف قطره!"



وثيقة (7-5-1): مفارقة القرص الدوار

نحن بهذا أمام إجابتين متناقضتين لسؤال واحد:

الإجابة الأولى: نصف قطر القرص يتقلص.

الإجابة الثانية: نصف قطر القرص لا يتقلص.

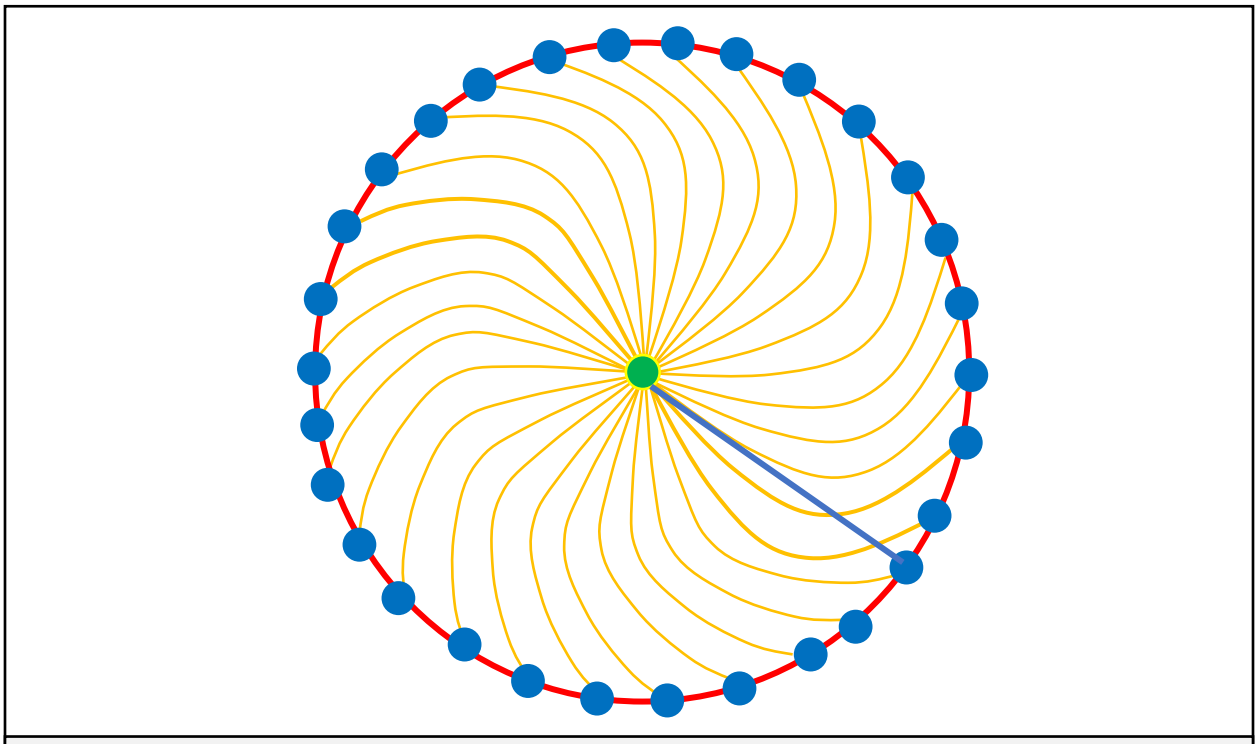
حتى نتمكن من معرفة الإجابة الصحيحة، نركز أولا على حركة النقاط.

لو عدنا قليلا إلى الوراء، وبالتحديد إلى مفارقة سفينة الفضاء لبيل، سنجد أن المسافة بين سفينتي الفضاء بالنسبة لمرجع ثابت لا تتقلص رغم أنهما يسيران بسرعة! وذلك لأن لكل منهما تسارعه الخاص، وبالتالي، فحتى النقاط التي رسمناها سنجد أنها لا تتقارب بالنسبة لنا وذلك لأن لكل نقطة منها تسارعا ناظميا خاصا بها يجعلها تدور حول المركز!

وبالتالي فإن نصف قطر القرص لن يتقلص، والنقاط لا تتقارب، وبهذا سيبدو وكأنه قد تم حل المفارقة.

لكن الأمر ليس بهذه البساطة، حان الوقت لإخراج روح نيوتن الشريرة لنفكر بشكل أكثر حداثة، لنقل أننا بدأنا لتونا بتدوير القرص، الحقيقة أنه من المستحيل أن نؤثر على أطراف القرص البعيدة لحظيا! فالدوران سيبدأ أولا من المركز، ثم ينتقل بسرعة معينة إلى الأطراف، ولنفترض أن القرص يتكون من مادة خارقة في التماسك، حينها ستنتقل الحركة من المركز إلى الأطراف بسرعة الضوء، في هذه الحالة سنجد أن الزمن الذي احتاجته الإشارة حتى تصل إلى الأطراف قد دار فيه المركز بالفعل بزاوية معينة! فما يحدث أن القرص سيتشوه، والخطوط التي تربط النقاط على الأطراف بالمركز لن تبقى مستقيمة ويصبح شكلها لولبيا!

لكن ليس هذا كل شيء، فحتى لو افترضنا أننا وبطريقة ما استطعنا تدوير مركز وأطراف هذا القرص في نفس الوقت بنفس السرعة الزاوية، سنجد أن أطراف هذا القرص تسير بسرعات أكبر من سرعة الضوء! وهذا كما نعلم مستحيل، إذن، فإن حركة أطراف القرص ستكون أبطأ من المعتاد وذلك حتى لا تتجاوز سرعة الضوء، وستأخذ الخطوط شكلا لولبيا حتى في هذه الحالة!



وثيقة (7-5-2): الحركة اللورانية بسرعات كبيرة

ولو تمعنا النظر لوجدنا أن الخطوط أصبحت منحنية! وبما أن طول الخط من هذه الخطوط المنحنية (البرتقالية) يساوي نصف قطر القرص قبل أن يبدأ في الدوران، فهذا يعني أن نصف قطر القرص بعد أن بدأ بالدوران (الخط باللون الأزرق) أصبح أصغر طولا! أي أن نصف قطر القرص سيتقلص!، والنقاط ستتقارب! فحل المفارقة أن النقاط ستتقارب ونصف القطر يتقلص، لكن ليس بسبب تقلص الطول كما تنص المفارقة.

الفصل الثامن: المراجع المتسارعة

من المفاهيم الخاطئة التي يقع فيها الكثير من دارسي النسبية الخاصة، اعتقادهم أن النسبية الخاصة تدرس المراجع القصورية فقط، وبالتالي فهي لا تتعامل مع المراجع المتسارعة.. وإنما النسبية العامة هي التي تدرس المراجع المتسارعة.. وهذا خطأ، لأن النسبية الخاصة يمكن استخدامها لدراسة المراجع المتسارعة! قد يتساءل البعض، إذن، ما الفرق بين النسبية الخاصة والنسبية العامة؟ والإجابة أن النسبية الخاصة تدرس نسيج زمكان مسطح، أما النسبية العامة فهي تدرس نسيج زمكان منحن، صحيح أن انحناء نسيج الزمكان هو تسارع، لكن هذا لا يعني أن التسارع بالضرورة انحناء في نسيج الزمكان!

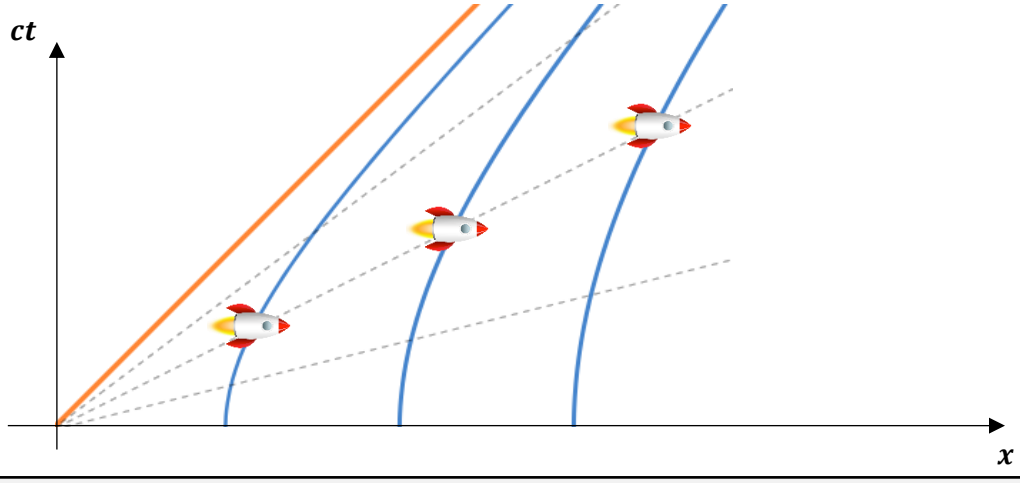
في الجزء الخاص بالنسبية العامة، سنشرح بشكل مفصل الفروقات بين النسبية الخاصة والنسبية العامة.

1) إحداثيات ريندلر:

بحلنا لمفارقة سفينة الفضاء لبيل، أصبح بإمكاننا بناء نظام إحداثيات جديد خاص بالمراجع المتسارعة، وهذا النظام يسمى بإحداثيات ريندلر.

تخيل أن لديك عددا لا نهائيا من سفن الفضاء كل مركبة مربوطة بحبل مع المركبة التي تليها.. تفصل بين كل مركبة ومركبة أخرى مسافة d، تبدأ هذه المركبات بالتسارع في نفس الوقت... كم يجب أن يكون تسارع كل مركبة حتى تحافظ جميع المركبات على نفس المسافة بينهم، أو بعبارة أخرى، كم يجب أن يكون تسارع كل مركبة بحيث تبقى الأحبال بينهم سليمة دون أن تنقطع؟

حل هذه المسألة هندسيا سهل جدا، والنتيجة أن كل مركبة يجب أن تتسارع بمقدار أقل من تسارع المركبة التي قبلها بفرق تسارع معين.

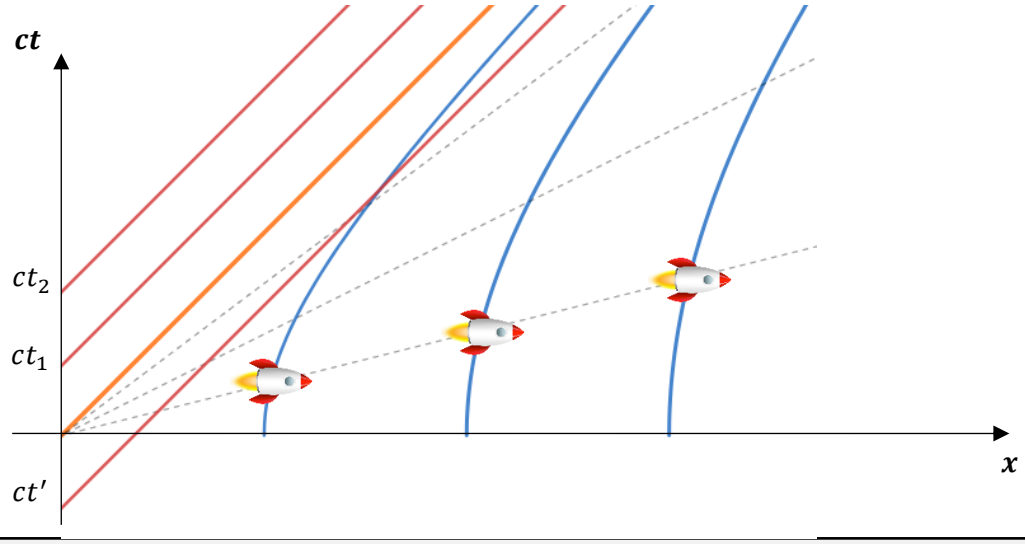


وثيقة (8-1-1): إحداثيات ريندلر

لو قمنا بتمثيل مسارات هذه المراكب في الزمكان، فسنكون قد مثلنا خطوط إحداثيات ريندلر.

لاحظ أن السفن تبعد عن بعضها بنفس المسافة مهما تحركت، رغم أنها لا تتسارع بنفس التسارع، وهذا بسبب التأثيرات التي تحدث عند السفر بسرعات كبيرة.

2) أفق ريندلر:



وثيقة (8-2-1): أفق ريندلر

عند اللحظات t_1، t_2، و t' عند $x = 0$ ينطلق شعاع ضوء في جميع الاتجاهات، نلاحظ أن شعاع الضوء المنطلق في اللحظتين t_1 و t_2 لن يصل أبدا إلى المركبة المتسارعة، بينما يمكن للمراقب في المركبة المتسارعة أن يرى الضوء المنطلق في اللحظة t'.

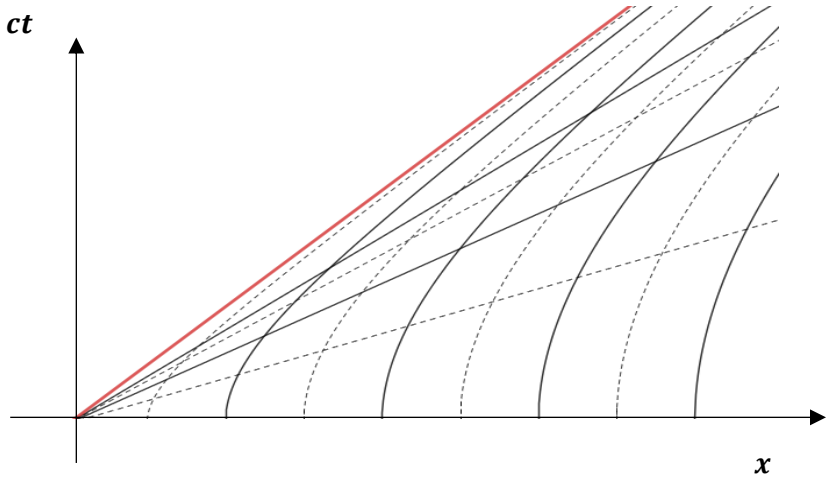
لاحظ أنه لا يمكن رؤية أشعة الضوء المنطلقة من $x = 0$ بعد اللحظة $t = 0$، بينما يمكن رؤية الأشعة المنطلقة قبل $t = 0$.

وبالتالي فالمستقيم الممثل باللون البرتقالي يسمى بأفق ريندلر، وهو شبيه بأفق الحدث للثقب الأسود.

هذا يعني أن المراقب داخل المرجع المتسارع سيرى أن الزمن سيتوقف عند $x = 0$، وبالتالي لن يتمكن من رؤية مستقبل هذه النقطة، وهذا ما نسميه بأفق الحدث، الفرق بين أفق الحدث هنا وأفق حدث الثقب الأسود أننا هنا نتعامل مع مراكب تتسارع بشكل اصطناعي، وبمجرد أن تتوقف هذه المراكب عن التسارع فستتمكن من رؤية مستقبل تلك النقطة، أما أفق حدث الثقب الأسود فهو أفق طبيعي يحدث بسبب الجاذبية القوية للثقب الأسود، وهو ما تهتم بدراسته النظرية العامة.

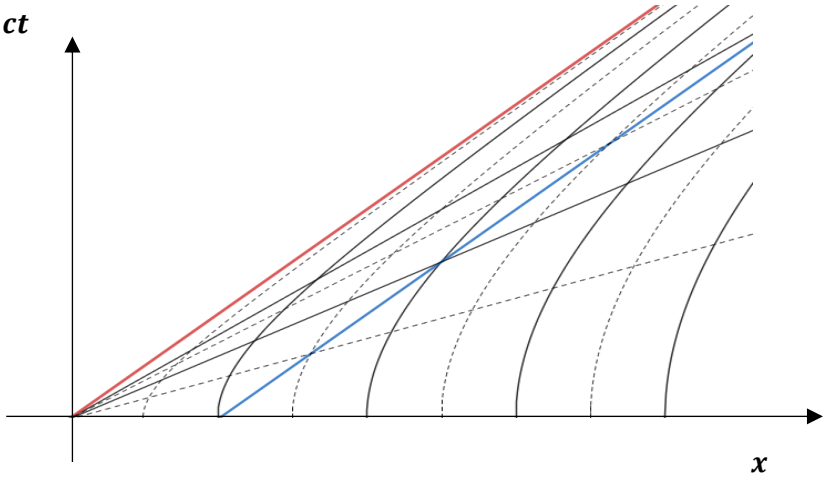
3) سرعة الضوء ليست ثابتة!:

لنقم بإعادة رسم خطوط إحداثيات ريندلر، لكن هذه المرة بمزيد من التفصيل:



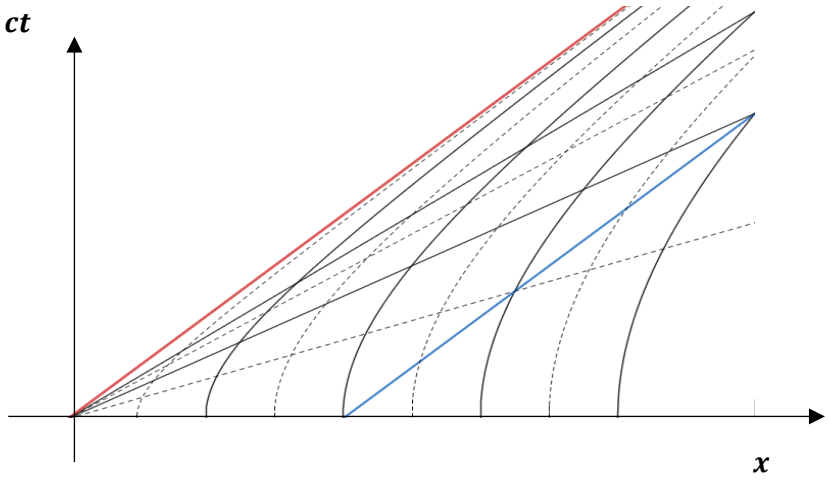
وثيقة (8–3–1): إحداثيات ريندلر

عند $x = d$، نقوم بتمثيل شعاع ضوء، وهذا ما تمثله الوثيقة التالية:



وثيقة (8–3–2): سرعة الضوء عند $x = d$

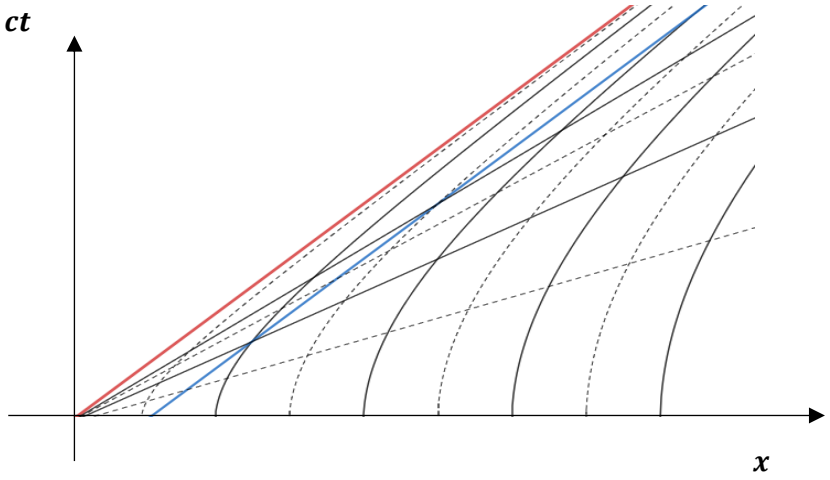
نلاحظ أن الضوء يقطع وحدة في المكان مقابل كل وحدة في الزمن، إذن، سرعة الضوء عند هذه النقطة بالنسبة لمرجع متسارع هي c، وحتى الآن، الأمور طبيعية، لكن ماذا لو قررنا أن نقيس سرعة الضوء في النقطة $x = 2d$؟ في هذه الحال سيقطع الضوء وحدتين في المكان مقابل وحدة زمنية واحدة! وبالتالي سرعة الضوء ستكون $2c$! وهذا ما توضحه الوثيقة التالية:



وثيقة (8-3-3): سرعة الضوء عند $x = 2d$

ماذا لو عدنا إلى الوراء قليلا؟

لنقم بتمثيل سرعة الضوء عند $x = \frac{1}{2}d$:



وثيقة (8-3-3): سرعة الضوء عند $x = \frac{d}{2}$

نلاحظ أن الضوء هذه المرة قطع وحدتين مكانيتين مقابل وحدة زمنية واحدة، بالتالي فالضوء في هذه النقطة يسير بنصف سرعته أي $\frac{c}{2}$!

نستنتج مما سبق أن سرعة الضوء ليست ثابتة بالنسبة لمراقب في مرجع متسارع، بل لها قيمة تعتمد على المسافة d بين أفق ريندلر والمراقب، من الأمثلة السابقة يمكننا أن نلاحظ أن عبارة سرعة الضوء v كما يراها مراقب متسارع يبعد عن أفق ريندلر مسافة d تساوي:

$$v = \frac{x'}{d}c \qquad (8.3)$$

4) معادلة المسار لجسم متسارع بالنسبة لمرجع ثابت:

رأينا سابقا أن شعاع التسارع في أربعة أبعاد يكون دائما ناظميا، أي متعامدا على شعاع السرعة.

ورأينا أيضا أن مربع طويلته تساوي مربع التسارع الذاتي للجسم، لكن بإشارة سالبة.

نعلم أيضا أن مربع طويلة شعاع السرعة دائما تساوي مربع سرعة الضوء.

لاشتقاق منحنيات الحركة، ننطلق مما سبق، ونكتب:

$$\underline{V}^2 = c^2 \qquad (8.4.\text{A})$$

$$\underline{A}^2 = -\alpha^2 \qquad (8.4.\text{B})$$

$$\underline{A} \cdot \underline{V} = 0 \qquad (8.4.\text{C})$$

نبدأ مع $(8.4.\text{C})$، نقوم بحساب الجداء السلمي بفرض أن $A_y = A_z = 0$ و$V_y = V_z = 0$، لنجد:

$$A_t V_t - A_x V_x = 0 \qquad (8.4.\text{D1})$$

إذن:

$$A_t V_t = A_x V_x \qquad (8.4.\text{D2})$$

بتربيع الطرفين نحصل على:

$$\boldsymbol{A_t^2 V_t^2 = A_x^2 V_x^2} \qquad (8.4.\text{D})$$

والآن لننتقل إلى $(8.4.\text{A})$، نقوم بالتعويض بعبارة طويلة شعاع السرعة لنجد:

$$\boldsymbol{V_t^2 - V_x^2 = c^2} \qquad (8.4.\text{E})$$

نقوم بنفس الخطوة مع $(8.4.\text{B})$، فنجد:

$$\boldsymbol{A_t^2 - A_x^2 = -\alpha^2} \qquad (8.4.\text{F})$$

من المعادلتين (8.4. E) و(8.4. F) نستخرج ما يلي:

$$A_x^2 = A_t^2 + \alpha^2 \qquad (8.4.\text{G1})$$

$$V_x^2 = V_t^2 - c^2 \qquad (8.4.\text{G2})$$

بتعويض المعادلتين السابقتين في المعادلة (8.4. D) نجد:

$$A_t^2 V_t^2 = (A_t^2 + \alpha^2)(V_t^2 - c^2) \qquad (8.4.\text{G3})$$

نقوم بالنشر والتبسيط لنجد:

$$A_t^2 = \frac{\alpha^2}{c^2}(V_t^2 - c^2) \qquad (8.4.\text{G4})$$

لدينا: $V_x^2 = V_t^2 - c^2$، إذن:

$$A_t^2 = \frac{\alpha^2}{c^2} V_x^2 \qquad (8.4.\text{G5})$$

وبالتالي:

$$\boldsymbol{A_t = \frac{\alpha}{c} V_x} \qquad (8.4.\text{G})$$

والآن نعيد نفس الخطوات التي استخرجنا من خلالها (8.4. G) لكن هذه المرة باستخراج المعادلتين التاليتين اعتمادا على (8.4. E) و(8.4. F):

$$A_t^2 = A_x^2 - \alpha^2 \qquad (8.4.\text{H1})$$

$$V_t^2 = V_x^2 + c^2 \qquad (8.4.\text{H2})$$

نكمل نفس الخطوات السابقة لنحصل على:

$$\boldsymbol{A_x = \frac{\alpha}{c} V_t} \qquad (8.4.\text{H})$$

وبالتالي نحصل على الجملة التالية:

$$\begin{cases} \boldsymbol{A_t = \frac{\alpha}{c} V_x} \\ \boldsymbol{A_x = \frac{\alpha}{c} V_t} \end{cases} \qquad (8.4.\text{I})$$

نعلم أن:

$$\begin{cases} A_t = \dfrac{dV_t}{d\tau} \\ A_x = \dfrac{dV_x}{d\tau} \end{cases} \qquad (8.4.\text{J})$$

من خلال $(8.4.\text{J})$، نقوم بكتابة المعادلتين $(8.4.\text{I})$ بدلالة مركبات السرعة، نجد:

$$\begin{cases} \dfrac{d^2V_t}{d\tau^2} - \dfrac{\alpha^2}{c^2}V_t = 0 \\ \dfrac{d^2V_x}{d\tau^2} - \dfrac{\alpha^2}{c^2}V_x = 0 \end{cases} \qquad (8.4.\text{K})$$

وهما معادلتان تفاضليتان حلهما من الشكل:

$$\begin{cases} V_t = A_1 e^{\frac{\alpha}{c}\tau} + A_2 e^{-\frac{\alpha}{c}\tau} \\ V_x = B_1 e^{\frac{\alpha}{c}\tau} + B_2 e^{-\frac{\alpha}{c}\tau} \end{cases} \qquad (8.4.\text{L1})$$

حتى نحدد قيم المتغيرات A_1، A_2، B_1، B_2، يجب أن نحدد بعض الشروط الابتدائية:

أولا: عند اللحظة $\tau = 0$ (اللحظة الابتدائية بالنسبة للمتحرك):

سرعة المتحرك معدومة إذن: $V_x = 0$، و$V_t = c$:

بالنسبة لـV_t:

$$c = A_1 e^{\frac{\alpha}{c}\times 0} + A_2 e^{-\frac{\alpha}{c}\times 0}$$

$$\boldsymbol{A_1 + A_2 = c} \qquad (8.4.\text{L2})$$

بالنسبة لـV_x:

$$0 = B_1 e^{\frac{\alpha}{c}\times 0} + B_2 e^{-\frac{\alpha}{c}\times 0}$$

$$\boldsymbol{B_1 = -B_2 = B} \qquad (8.4.\text{L3})$$

ثانيا: عند $\tau = 0$ يتسارع المتحرك بتسارع ثابت α على المحور x، وهذا يتحقق فقط عند الحظة الابتدائية بحيث تكون سرعة الجسم معدومة وهذا يمكننا من تجاهل التأثيرات النسبية كتباطؤ الزمن وتقلص الطول ... إلخ، ومنه: $\left.\frac{dV_x}{d\tau}\right|_{\tau=0} = \alpha$، و$\left.\frac{dV_t}{d\tau}\right|_{\tau=0} = 0$:

بالنسبة لـV_t:

$$\frac{\alpha}{c}A_1 e^{\frac{\alpha}{c}\times 0} - \frac{\alpha}{c}A_2 e^{-\frac{\alpha}{c}\times 0} = 0$$

$$\boldsymbol{A_1 = A_2 = A} \qquad (8.4.L4)$$

بالنسبة لـV_x:

$$\frac{\alpha}{c}B\left(e^{\frac{\alpha}{c}\times 0} + e^{-\frac{\alpha}{c}\times 0}\right) = \alpha$$

$$\boldsymbol{B = \frac{c}{2}} \qquad (8.4.L5)$$

من خلال: (8.4.L2)، (8.4.L3)، (8.4.L4)، (8.4.L5)، نجد:

$$\boldsymbol{A = B = \frac{c}{2}} \qquad (8.4.L6)$$

تصبح لدينا معادلتا السرعة كما يلي:

$$\begin{cases} V_t = \frac{c}{2}\left(e^{\frac{\alpha}{c}\tau} + e^{-\frac{\alpha}{c}\tau}\right) \\ V_x = \frac{c}{2}\left(e^{\frac{\alpha}{c}\tau} - e^{-\frac{\alpha}{c}\tau}\right) \end{cases} \qquad (8.4.L7)$$

نعلم أن:

$$\begin{cases} \cosh\varphi = \frac{e^{\varphi} + e^{-\varphi}}{2} \\ \sinh\varphi = \frac{e^{\varphi} - e^{-\varphi}}{2} \end{cases} \qquad (8.4.L8)$$

بالتالي:

$$\begin{cases} V_t = c\cosh\left(\frac{\alpha}{c}\tau\right) \\ V_x = c\sinh\left(\frac{\alpha}{c}\tau\right) \end{cases} \qquad (8.4.\text{L})$$

حتى نحصل على معادلتي مسار الجسم المتسارع، نقوم بحساب التكامل بالنسبة لـτ فنجد:

$$\begin{cases} ct = \frac{c^2}{\alpha}\sinh\left(\frac{\alpha}{c}\tau\right) + k_t \\ x = \frac{c^2}{\alpha}\cosh\left(\frac{\alpha}{c}\tau\right) + k_x \end{cases} \qquad (8.4.\text{M})$$

حيث k_t وk_x هي ثوابت التكامل، تعتمد قيمها على الشروط الابتدائية التي نحددها، وللتبسيط نعدم هذه الثوابت، في هذه الحالة تكون شروطنا الابتدائية كالتالي:

$$\begin{cases} t = t_0 = 0 \\ x = d = \frac{c^2}{\alpha} \end{cases} \qquad (8.4.\text{N})$$

بهذا نكون قد وجدنا علاقة تربط بين التسارع والمسافة.

5) التحويلات من وإلى إحداثيات ريندلر:

لنفترض أن لدينا عددا لا نهائيا من سفن الفضاء، مفصول بينها بمسافة محددة d، عند اللحظة $t = 0$، تبدأ هذه السفن معا بالتسارع في نفس الوقت... تتسارع كل سفينة من هذه السفن بتسارع يسمح لها بالبقاء على نفس المسافة مع السفن المحيطة بها...

لنعد كتابة شعاع الحدث لكل سفينة من هذه السفن:

بالنسبة للسفينة الأولى:

$$\underline{S_1} = \frac{c^2}{\alpha}\begin{pmatrix} \sinh\left(\frac{\alpha}{c}\tau\right) \\ \cosh\left(\frac{\alpha}{c}\tau\right) \end{pmatrix} \qquad (8.5.\text{A}'1)$$

لنعد كتابة شعاع الحدث بدلالة d:

من خلال الشروط الابتدائية للسفينة الأولى، رأينا أن:

$$d = \frac{c^2}{\alpha} \qquad (8.5.\mathrm{A}')$$

وبالتالي:

$$\underline{S_1} = d\begin{pmatrix} sinh\left(\frac{c\tau}{d}\right) \\ cosh\left(\frac{c\tau}{d}\right) \end{pmatrix} \qquad (8.5.\mathrm{A1})$$

بالنسبة للسفينة الثانية، فسنضعها على مسافة d من السفينة الأولى، وهذا يعني بالضرورة أنها ستكون على مسافة $2d$ من المبدأ، إذن، كل ما علينا هو إعادة كتابة شعاع الحدث لكن هذه المرة نعوض بـ $2d$ بدلا من d.

فنحصل على:

$$\underline{S_2} = 2d\begin{pmatrix} sinh\left(\frac{c\tau}{2d}\right) \\ cosh\left(\frac{c\tau}{2d}\right) \end{pmatrix} \qquad (8.5.\mathrm{A2})$$

بالنسبة للسفينة الفضائية الثالثة:

$$\underline{S_3} = 3d\begin{pmatrix} sinh\left(\frac{c\tau}{3d}\right) \\ cosh\left(\frac{c\tau}{3d}\right) \end{pmatrix} \qquad (8.5.\mathrm{A3})$$

بصفة عامة، من أجل سفينة فضاء ترتيبها n، فإن شعاع حدثها سيكون:

$$\underline{S_n} = nd\begin{pmatrix} sinh\left(\frac{c\tau}{nd}\right) \\ cosh\left(\frac{c\tau}{nd}\right) \end{pmatrix} \qquad (8.5.\mathrm{A})$$

بالنسبة لمحور المسافة، نعلم أن المسافة بين سفينة الفضاء والمبدأ:

$$x' = nd \qquad (8.5.\mathrm{B})$$

رأينا في (8.3) أن سرعة الضوء تعتمد على المكان الذي يرصده المراقب، لكننا أيضا نعلم أن سرعة الضوء في مرجع المراقب نفسه يجب أن تساوي الثابت c وبالتالي نكتب:

$$vt' = c\tau \qquad (8.5.\text{C1})$$

بضرب طرفي (8.3) في t' والتعويض بـ (8.5. C1) و(8.5. B) نجد:

$$ct' = \frac{c\tau}{n} \qquad (8.5.\text{C})$$

وبالتالي، بصفة عامة من أجل سفينة تبعد مسافة x' عن المبدأ، فإن شعاع حدثها يعطى بالشكل التالي:

$$\underline{S} = x' \begin{pmatrix} \sinh \frac{ct'}{d} \\ \cosh \frac{ct'}{d} \end{pmatrix} \qquad (8.5.\text{D})$$

وبالتالي نكون قد حصلنا على عبارة التحويل من مرجع متسارع إلى مرجع قصوري:

$$\begin{cases} \boldsymbol{ct = x' \sinh \frac{ct'}{d}} \\ \boldsymbol{x = x' \cosh \frac{ct'}{d}} \end{cases} \qquad (8.5.\text{E})$$

يمكننا من خلال ما سبق إيجاد عبارة التحويل العكسي (من مرجع قصوري إلى مرجع متسارع):

$$\begin{cases} \boldsymbol{ct' = d \tanh^{-1} \frac{ct}{x}} \\ \boldsymbol{x' = \sqrt{c^2t^2 - x^2}} \end{cases} \qquad (8.5.\text{E}')$$

على عكس تحويلات لورنتز والتحويلات الغاليلية، فإن تحويلات ريندلر لا يمكن كتابتها في مصفوفة تربط الإحداثيات بشكل خطي.

مصفوفة جاكوبي:

للتحويل بين أشعة الوحدة المختلفة، نستخدم مصفوفة جاكوبي... من خلال الـ Multi-variable chain rule نجد:

$$\begin{cases} \frac{\partial \underline{S}}{\partial ct'} = \frac{\partial ct}{\partial ct'} \frac{\partial \underline{S}}{\partial ct} + \frac{\partial x}{\partial ct'} \frac{\partial \underline{S}}{\partial x} \\ \frac{\partial \underline{S}}{\partial x'} = \frac{\partial ct}{\partial x'} \frac{\partial \underline{S}}{\partial ct} + \frac{\partial x}{\partial x'} \frac{\partial \underline{S}}{\partial x} \end{cases} \qquad (8.5.\text{F1})$$

إذن:

$$\begin{cases} \underline{e_{t'}} = \dfrac{\partial ct}{\partial ct'}\underline{e_t} + \dfrac{\partial x}{\partial ct'}\underline{e_x} \\ \underline{e_{x'}} = \dfrac{\partial ct}{\partial x'}\underline{e_t} + \dfrac{\partial x}{\partial x'}\underline{e_x} \end{cases} \qquad (8.5.\mathrm{F2})$$

وبهذا نكون قد وجدنا العلاقة بين أشعة الوحدة للمرجعين، يمكننا كتابة العلاقة في شكل مصفوفة كما يلي:

$$\begin{pmatrix} e_{t'} \\ e_{x'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial ct}{\partial ct'} & \dfrac{\partial x}{\partial ct'} \\ \dfrac{\partial ct}{\partial x'} & \dfrac{\partial x}{\partial x'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_t \\ e_x \end{pmatrix} \qquad (8.5.\mathrm{F})$$

عرفنا فيما سبق مصفوفة التحويل بين أشعة الوحدة بمصفوفة جاكوبي، نكتبها كما يلي:

$$\hat{\boldsymbol{J}} = \begin{pmatrix} \dfrac{\boldsymbol{\partial ct}}{\boldsymbol{\partial ct'}} & \dfrac{\boldsymbol{\partial x}}{\boldsymbol{\partial ct'}} \\ \dfrac{\boldsymbol{\partial ct}}{\boldsymbol{\partial x'}} & \dfrac{\boldsymbol{\partial x}}{\boldsymbol{\partial x'}} \end{pmatrix} \qquad (8.5.\mathrm{G})$$

وبالتالي، أصبح التحويل بين أشعة وحدة المراجع المختلفة يعطى بالعلاقة:

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{e_{t'}} \\ \boldsymbol{x'} \end{pmatrix} = \hat{\boldsymbol{J}} \begin{pmatrix} \boldsymbol{e_t} \\ \boldsymbol{x} \end{pmatrix} \qquad (8.5.\mathrm{H})$$

يتم التحويل العكسي باستخدام المصفوفة العكسية لمصفوفة جاكوبي، ونكتب:

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{e_{t'}} \\ \boldsymbol{x'} \end{pmatrix} = \hat{\boldsymbol{J}}^{\boldsymbol{-1}} \begin{pmatrix} \boldsymbol{e_t} \\ \boldsymbol{x} \end{pmatrix} \qquad (8.5.\mathrm{H}')$$

بحيث:

$$\hat{\boldsymbol{J}}^{\boldsymbol{-1}} = \begin{pmatrix} \dfrac{\boldsymbol{\partial ct'}}{\boldsymbol{\partial ct}} & \dfrac{\boldsymbol{\partial x'}}{\boldsymbol{\partial ct}} \\ \dfrac{\boldsymbol{\partial ct'}}{\boldsymbol{\partial x}} & \dfrac{\boldsymbol{\partial x'}}{\boldsymbol{\partial x}} \end{pmatrix} \qquad (8.5.\mathrm{G}')$$

نقوم بحساب عناصر مصفوفة جاكوبي للتحويل من وإلى أشعة الوحدة لإحداثيات ريندلر:

بتعويض (8.5. E) في (8.5. G) نجد:

$$\hat{J} = \begin{pmatrix} \frac{x}{d} & \frac{ct}{d} \\ \frac{ct}{x'} & \frac{x}{x'} \end{pmatrix} \qquad (8.5.\text{I})$$

لحساب مصفوفة جاكوبي العكسية نقوم بتعويض (8.5. E′) في (8.5. G′) نجد:

$$\hat{J}^{-1} = \begin{pmatrix} d\frac{x}{x'^2} & -\frac{ct}{x'} \\ -d\frac{ct}{x'^2} & \frac{x}{x'} \end{pmatrix} \qquad (8.5.\text{I}')$$

6) الخلاصة:

يمكن دراسة المراجع المتسارعة في النسبية الخاصة، وذلك من خلال إحداثيات ريندلر.

تقوم إحداثيات ريندلر أساسا على حل مفارقة سفينة الفضاء لبيل، حيث نمثل وحدات المكان بمركبات تسير بتسارعات مختلفة بحيث تحافظ على نفس المسافة بينها في مرجعها الخاص.

في مرجع متسارع، توجد نقطة لا يمكن رؤية مستقبلها وسيبدو وكأن الزمن توقف عندها، وتسمى تلك النقطة بأفق ريندلر.

في مرجع متسارع، سرعة الضوء ليست ثابتة! بل تتغير حسب المكان الذي تنظر إليه، ونكتب:

$$v = \frac{x'}{d}c$$

يتم التحويل من وإلى إحداثيات ريندلر من خلال مصفوفة جاكوبي بالشكل التالي:

$$\begin{pmatrix} e_{t'} \\ x' \end{pmatrix} = \hat{J}\begin{pmatrix} e_t \\ x \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} e_t \\ x \end{pmatrix} = \widehat{J^{-1}}\begin{pmatrix} e_{t'} \\ x' \end{pmatrix}$$

بحيث:

$$\hat{J} = \begin{pmatrix} \frac{x}{d} & \frac{ct}{d} \\ \frac{ct}{x'} & \frac{x}{x'} \end{pmatrix}$$

$$\hat{J}^{-1} = \begin{pmatrix} d\frac{x}{x'^2} & -\frac{ct}{x'} \\ -d\frac{ct}{x'^2} & \frac{x}{x'} \end{pmatrix}$$

مدخل إلى نظرية النسبية العامة

1) مقدمة تاريخية:

في العصور القديمة، اهتم القدماء بدراسة ظواهر الطبيعة، ومن بين هذه الظواهر التي اهتموا بها ظاهرة سقوط الأجسام وطفوها، في البداية كان فلاسفة اليونان يطلقون على هذه الحركة بالحركة الطبيعية، فقد كانوا يعتقدون أن الكون مكون من أربعة عناصر، التراب، الماء، الهواء، النار، وكل المواد تتركب بنسب معينة من هذه العناصر الأربعة، ففسروا سقوط الأشياء بأنه حركة طبيعية لهذه الأشياء، فبما أنها تتكون من التراب فإنها ستتحرك نحو التراب، وبنفس الطريقة فسروا الطفو.

لكن هذا التفسير لم يدم طويلا، حيث اكتشف أرخميدس علاقة بين السقوط الحر والكثافة، ووضع قانونه الذي يقضي بأن الأجسام الأقل كثافة تطفو، والأجسام الأعلى كثافة تسقط.

بالنسبة لإسهامات العرب والمسلمين في هذا المجال، فقد تطرق ابن الهيثم في كتابه الشهير "المناظر" إلى الحركة والسقوط الحر، وكذلك ابن سينا في كتابه "التنبيهات والإشارات"، والكثير من علماء المسلمين في ذلك الوقت أشاروا إلى الجاذبية، ووصف الهمداني الأرض بأنها كحجر المغناطيس الذي يجذب الحديد.

لكن أكبر من قدم في هذا المجال من العرب والمسلمين كان البيروني، حيث كان أول من فسر حركات الأجرام بأنها قوى تجاذب تحصل بينها، وكان هذا التفسير قبل نظرية نيوتن للجاذبية، إلا أن تفسير البيروني كان يفتقر لنموذج رياضي يصفه، وأرصاد تدعمه.

في ذلك الوقت، كان علماء الفلك يعتمدون على نموذج بطليموس، حيث الأرض مركز الكون وباقي الأجرام تدور عليها في مدارات دائرية تتخللها مدارات فرعية، كان هذا النموذج قاصرا وغير قادر على تحديد مواقع الأجرام السماوية بدقة كافية، وأيضا، لم يكن هنالك تفسير فيزيائي للحركات التراجعية للكواكب، والتي يصفها نموذج بطليموس بأنها مدارات فرعية داخل المدارات الرئيسية.

في وسط هذه الفوضى جاء كوبرنيكوس بنموذجه، حيث اقترح أن نضع الشمس مركز الكون بدل الأرض، وبهذا حللنا مشكلة المدارات الفرعية وفهمنا سبب حدوث الحركات التراجعية للكواكب، لكن رغم ذلك بقي نموذج كوبرنيكوس غير قادر على توقع مواقع الكواكب بالدقة الازمة.

حتى جاء كيبلر، والذي رصد الكواكب مدة من الزمن، حتى تمكن من وضع نموذج رياضي متكامل يصف بدقة مواقع هذه الكواكب، ويرتكز نموذجه على ثلاثة قوانين.

وبهذا أصبح لدينا قانونان للحركة، قانون رياضي يصف سقوط الأجسام وطفوها، وقانون رياضي يصف حركة الكواكب والأقمار، هذان القانونان كانا مجرد نموذج رياضي مبني على ملاحظات تجريبية، وليس عليهما إثبات فيزيائي نظري، وبالتالي فنحن بحاجة لرجل يوحد هذين القانونين في إطار نظري أشمل.. وكان هذا الرجل هو إسحاق نيوتن.

2) جاذبية نيوتن:

تقول الأسطورة: إن نيوتن كان جالسا تحت ظل شجرة تفاح، وفجأة سقطت تفاحة على رأسه، طبعا نيوتن لم يأكل التفاحة، وأيضا لم يتساءل لماذا سقطت التفاحة وإلا سيكون أحمقا، وإنما ما فعله نيوتن أنه نظر إلى القمر وتساءل، لماذا سقطت التفاحة، بينما لم يسقط القمر؟!، وظل هذا السؤال عالقا في ذهنه حتى قام بتجربة مفصلة في كتابه، في هذه التجربة حسب تسارع القمر، ووجد أن تسارعه أقل من تسارع التفاحة بحوالي ثلاثة آلاف وست مائة مرة، وفي نفس الوقت، لاحظ أن التفاحة أقرب إلى مركز الأرض من القمر بستين مرة تقريبا، إذن هناك تناسب عكسي في التسارع مع مربع المسافة!، وبالتالي، استنتج أن الأرض تجذب القمر كما تجذب التفاحة!، وأن جاذبية الأرض تقل بالتناسب مع مربع المسافة كلما ابتعدنا عنها..

وبما أن قوة الجذب هذه تزداد بزيادة كتلة الجسم المجذوب، فإنه من أجل تحقيق مبدأ الفعلين المتبادلين يجب على هذه القوة أن تتناسب أيضا مع كتلة الجسم الجاذب، وبالتالي:

$$g = \frac{GM}{r^2} \qquad (9.2.\mathrm{A})$$

بحيث g هو تسارع الجسم المجذوب نحو الجاذب.

r هي المسافة بين مركزي الكتلة لكل من الجاذب والمجذوب.

M هي كتلة الجسم الجاذب.

G هو ثابت التجاذب الكوني.

وبالتالي، نمثل مقدار القوة المؤثرة على جسم مجذوب كتلته m كما يلي:

$$F = mg = \frac{GMm}{r^2} \qquad (9.2.\mathrm{B})$$

قام هنري كافينديش بتجربة عرفت باسمه، في هذه التجربة أثبت كافينديش تجريبيا التجاذب بين الكتل، ومن خلال تجربته حسب ثابت التجاذب الكوني، والذي من خلاله أصبحنا بسهولة قادرين على حساب كتلة أي جسم فقط من خلال تأثير جاذبيته.

3) نجاح جاذبية نيوتن:

بناء على حسابات جاذبية نيوتن، توقع العلماء عودة مذنب هالي في تواريخ محددة، وفعلا لوحظ عودة المذنب في نفس التواريخ التي توقعها الفلكيون، وهذا كان أول انتصار لجاذبية نيوتن... لكن الانتصار الأكبر لم يأت بعد، ففي القرن التاسع عشر، رصد العلماء اختلالات في مدار كوكب أورانوس، وهذه الاختلالات تناقض جاذبية نيوتن، فبدل أن نلغي جاذبية نيوتن، افترض العلماء وجود كوكب غير مكتشف بعد،

وبسبب جاذبية هذا الكوكب يختل مدار أورانوس، وبحسابات جاذبية نيوتن تم تحديد موقع وكتلة هذا الكوكب، وبالفعل كان هناك! وهذه كانت قصة اكتشاف كوكب نبتون، ولقب مكتشفه بالعالم الذي اكتشف كوكبا برأس قلمه.

4) المشاكل التي واجهت جاذبية نيوتن:

وقعت جاذبية نيوتن في اختبار صعب بعد اكتشاف العلماء لاختلال غير مفهوم في مدار كوكب عطارد حول الشمس، حاول العلماء حل هذه المشكلة بنفس الطريقة التي حلوا بها مشكلة كوكب أورانوس، فحاولوا تحديد موقع الكوكب الجديد الذي يسبب هذا الاختلال، لكن هذه المرة.. لم يعثروا على هذا الكوكب!

وهذا كان أول اختبار تفشل فيه نظرية نيوتن للجاذبية، وتبين أن الجاذبية تحتاج إلى نظرية أشمل وأعمق من نظرية نيوتن لتفسيرها.

5) نظرية النسبية العامة:

رغم نجاح جاذبية نيوتن، إلا أن هذا الأخير لم يكن راضيا عنها تماما، فما الذي يجعل قوة الجاذبية متناسبة مع الكتلة بحيث يمكنها أن تسحب جميع الأشياء بمختلف أشكالها وكتلها بنفس التسارع! ثم كيف للقوة أن تسمح للأجسام بأن تؤثر على بعضها بشكل لحظي مهما كانت المسافة بينها؟

تقوم نظرية النسبية العامة على مبدأ أساسي، ويسمى بمبدأ التكافؤ، ينص هذا المبدأ على أنه لا يمكن التفريق بين تأثير الجاذبية وتأثير التسارع.

لنفهم هذا المبدأ جيدا، تخيل أننا وضعناك داخل صاروخ في الفضاء، وأمامك مباشرة كرة معلقة في الهواء، فجأة بدأ الصاروخ يتسارع نحو الأعلى، ما ستراه وأنت في الصاروخ أن جسمك فجأة اكتسب ثقلا، وسترى أن الكرة تتسارع نحو الأسفل وتسقط، تماما كما يحدث على الأرض، وبالتالي لا يمكنك التفريق بين الجاذبية الأرضية وبين التسارع العادي.

قد يبدر في ذهن القارئ سؤال، لماذا الجاذبية! لماذا لم يضع أينشتاين نسبيته العامة ويطلق مبدأ التكافؤ على القوة الكهربائية مثلا؟

والإجابة، لو أخذنا القوة الكهربائية على سبيل المثال، نجد أن تسارع جسم مشحون ليس ثابتا، وإنما يقل بزيادة كتلته، وهذا ما توضحه المعادلة التالية:

$$\sum F = ma = qE \qquad (9.5.A1)$$

$$a = \frac{q}{m}E \qquad (9.5.A)$$

لكن لو قمنا بكتابة عبارة قوة الجاذبية فسنجدها تساوي كتلة الجاذبية للجسم m_G مضروبة في تسارع الجاذبية g ، ونكتب:

$$F_G = m_G g \qquad (9.5.\text{B1})$$

أيضا، نعلم أن مجموع القوى المؤثرة على جسم تساوي كتلة القصور الذاتي لهذا الجسم m_I مضروبة في تسارعه a، ونكتب:

$$\sum F = m_I a \qquad (9.5.\text{B2})$$

في حالة جسم يتعرض فقط لقوة الجاذبية نجد أن تسارع هذا الجسم سيساوي:

$$a = \frac{m_G}{m_I} g \qquad (9.5.\text{B}')$$

لاحظ أننا توسعنا في تعريف الكتلة وعرفنا نوعين منها، كتلة الجاذبية وهي مقدار تأثر الجسم بقوة الجاذبية، وكتلة القصور الذاتي، وهي مقدار القوة اللازم لتسريع جسم... في الحقيقة، جميع التجارب تثبت أن كتلة الجاذبية للجسم تساوي كتلة قصوره الذاتي ودقة التجارب التي أثبتت ذلك لحد الآن وصلت إلى واحد من المليون! إذن نكتب:

$$a = g \qquad (9.5.\text{B})$$

وبالتالي، فالجاذبية أصبحت قوة مهمتها هي إعطاء جميع الأجسام نفس التسارع مهما كان الاختلاف بين هذه الأجسام.

وبالتالي، بما أن تسارع الجاذبية غير متعلق بكتلة الأجسام، هذا يعني أن الأجسام عند سقوطها سقوطا حرا ستكون كلها ثابتة بالنسبة لبعضها، وتكون مكافئة للكرة داخل صاروخ متسارع للأعلى، فالكرة في حقيقة الأمر ثابتة، لكن الصاروخ هو الذي يتسارع.

كذلك يمكن أن نتعامل مع الأجسام على الأرض وكأنها ثابتة، والأرض هي التي تتسارع للأعلى.

وبهذا اشتق أينشتاين مبدأ التكافؤ الذي تقوم عليه النسبية العامة: "جميع القوانين الفيزيائية في المراجع المتسارعة هي نفسها بالنسبة للمراجع التي تتعرض لمجال جاذبية".

طبعا، الأرض لا تتسارع للأعلى حقيقة، وإنما تسبب بسبب كتلتها تشوها و"انحناء في نسيج الزمكان".

وبما أن الجاذبية تكافئ التسارع ... و"انحناء نسيج الزمكان" أيضا يعطي نفس تأثير التسارع، إذن: الجاذبية ماهي إلا "انحناء في نسيج الزمكان".

6) " انحناء نسيج الزمكان ":

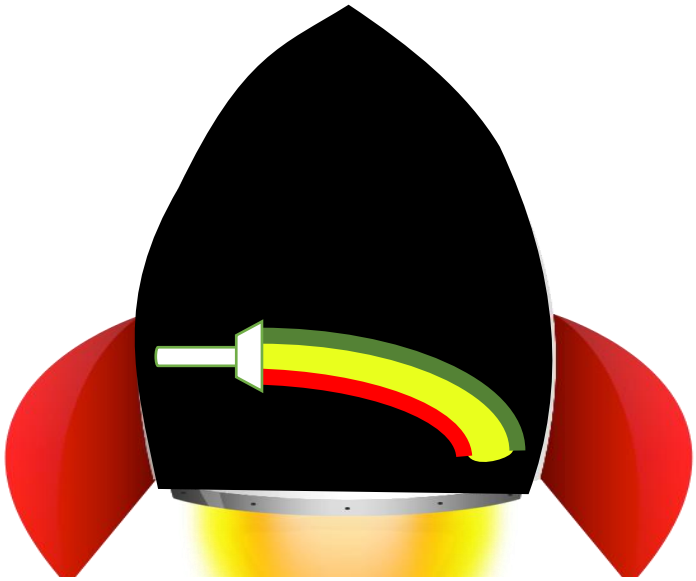
من المؤكد أنك كلما طرحت سؤالا متعلقا بالنسبية العامة، مثلا: لماذا تسقط الأشياء على الأرض، ستكون الإجابة: "بسبب انحناء نسيج الزمكان"، لماذا يمر الزمن بشكل أبطأ في الأماكن التي بها جاذبية كبيرة؟ ستكون الإجابة كالعادة: "انحناء الزمكان" طبعا هذه ليست إجابة، بل

مجرد تسمية لتوصيف ما يحدث في الواقع، وفي هذا الفصل سنستعرض خطوة بخطوة ما الذي يحدث في الواقع ونفهم معا، ما المقصود حقا بـ "انحناء نسيج الزمكان".

انحناء الزمن:

تخيل أنك تركب صاروخا يتسارع للأعلى، ثم فجأة أطلقت شعاع ضوء أمامك.

بما أن الصاروخ يتسارع للأعلى، فإن شعاع الضوء سينحني بالنسبة لك لأسفل... وهذا ما تمثله الوثيقة (9-6-1).



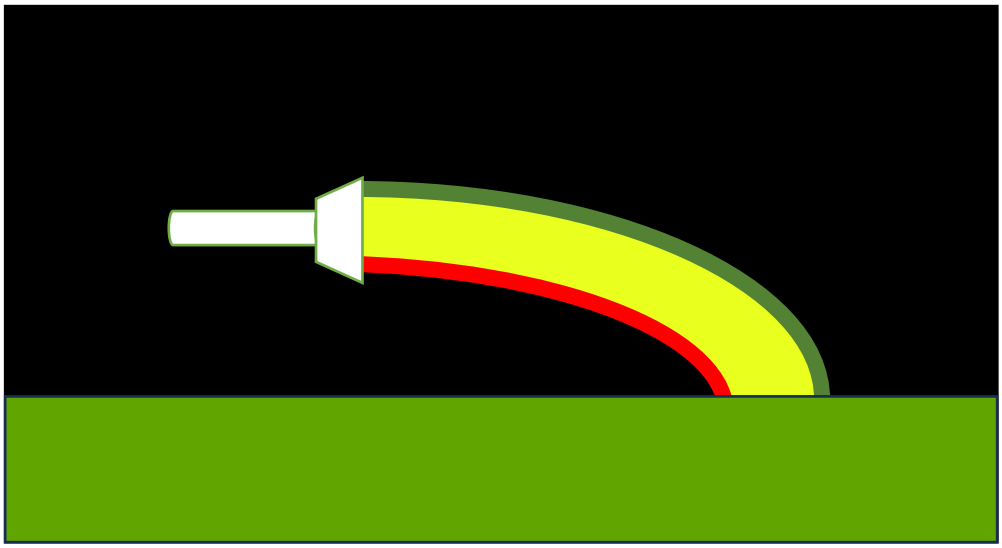
وثيقة (9-6-1): انحناء الضوء بسبب تأثير تسارع وكبة

الآن، بما أن الجاذبية تكافئ التسارع، كل ما علينا هو أن نأخذك من الصاروخ ونضعك على الأرض، ثم نطلب منك أن تنير كشافك، وما ستلاحظه، أن الضوء أيضا سينحني للأسفل.

لكن لو عدنا إلى جاذبية نيوتن، الضوء هو جسيمات لها كتلة، وبالتالي فمن الطبيعي أن تتأثر بجاذبية الأرض وتنحني!، فحتى الآن لم نأت بجديد.

لكن عندنا، لا تهمنا طبيعة الضوء، كل ما يهمنا أنه يسير بسرعة "ثابتة"!

وبالتالي، حتى نجعل الضوء ينحني، يجب أن يسير شعاع الضوء (باللون الأحمر) بسرعة أقل من شعاع الضوء (باللون الأخضر)، كما توضح الوثيقة (9-6-2).



وثيقة (9-6-2): انحناء الضوء بسبب تأثير الجاذبية

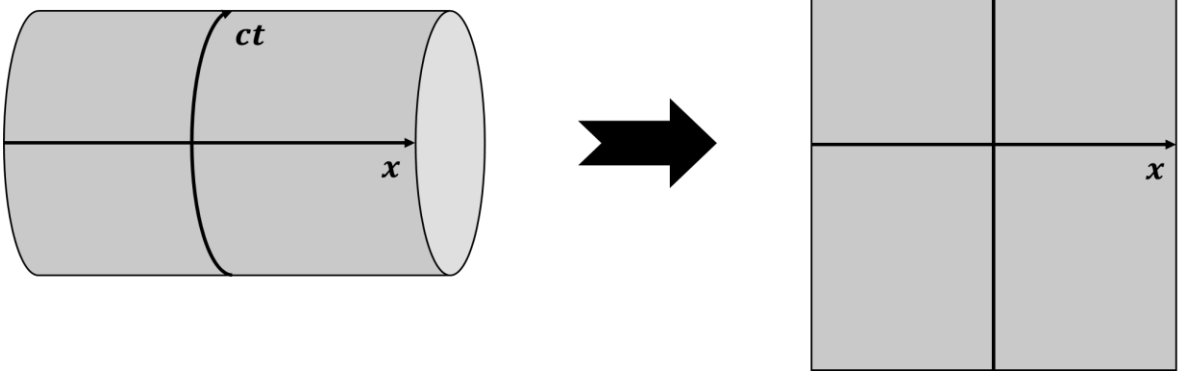
لكن، كيف لنا أن نجعل شعاع ضوء يسير بسرعة أكبر من شعاع ضوء آخر رغم أن لهما نفس السرعة!

والإجابة: إن لم تستطع أن تتلاعب بالسرعة، تلاعب بالزمن!

لو أننا افترضنا أن الزمن يسير بشكل أبطأ بالأسفل، ويسير بشكل أسرع بالأعلى، سنجد أن الضوء ينحني!

وكما أن الضوء انحنى لهذا السبب، فالأجسام أيضا ستسقط لنفس السبب، فالضوء دائما يسير في خطوط مستقيمة، والذي شوه الخطوط التي يمشي عليها الضوء، يشوه أيضا الخطوط التي تمشي عليها باقي الأجسام.

لنفهم كيفية سقوط الأجسام، لنقم بتشكيل نسيج الزمكان على شكل أسطوانة كما تمثل الوثيقة (9-6-3):

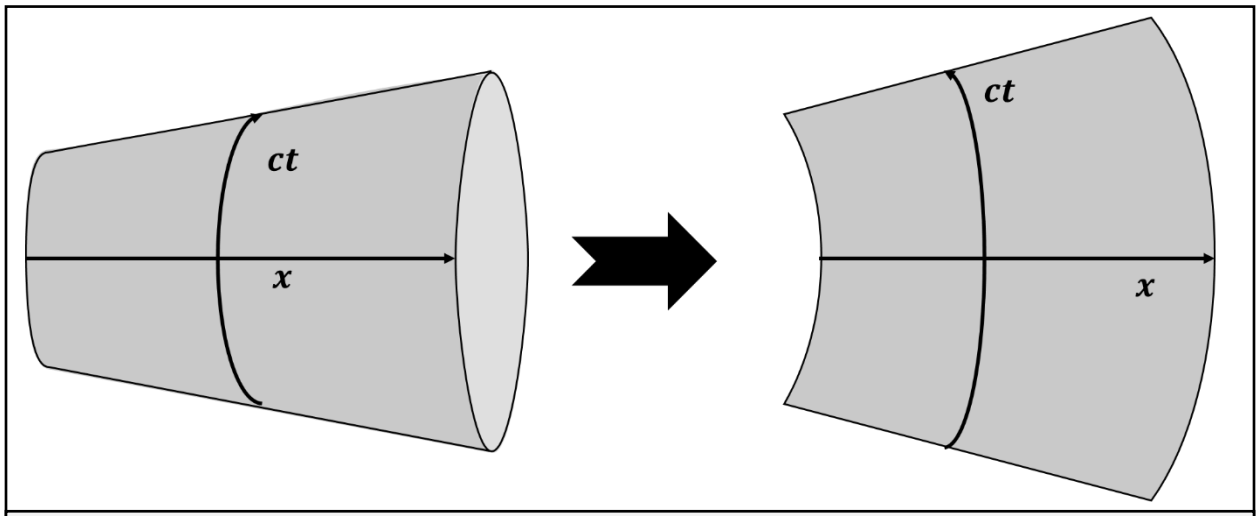


وثيقة (9-6-3): تمثيل نسيج زمكان مسطح على شكل أسطواني

بحيث تمثل الدورة الواحدة حول هذه الأسطوانة ثانية واحدة.

السبب الذي جعلنا نستخدم أسطوانة هو أن الأسطوانة عبارة عن نسيج زمكان مسطح، فنحن لم نغير شيئا لحد الآن، ويمكن حتى دراسة النسبية الخاصة على أسطوانة أيضا لأننا كما قلنا.. الأسطوانة ماهي إلا نسيج مسطح، واستخدامها كان فقط للتبسيط لذلك فلا ترتبك.

قلنا من قبل أننا كلما اقتربنا من الأرض، كلما أصبح الزمن أبطأ، ونحن هنا كلما اتجهنا يمينا فإننا نقترب من الأرض، وبالتالي: الثانية الواحدة على يمين الأسطوانة، ستتمدد وتكون أكبر من الثانية على يسارها، لتصبح أسطوانتنا بالشكل الذي تمثله الوثيقة (9-6-4).

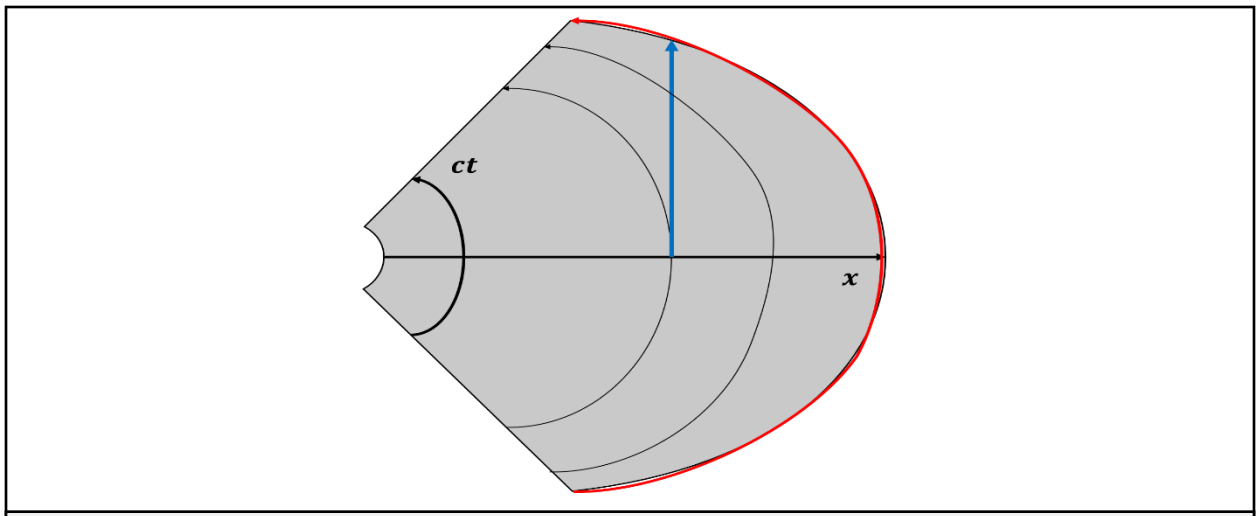


وثيقة (9-6-4): تمثيل نسيج زمكان منحن (انحناء الزمن)

والآن قد حصلنا أخيرا على نسيج زمكان به انحناء في الزمن! لو قمنا بنشر هذه الأسطوانة التي قمنا بتشويهها، سنجد أنها أصبحت سطحا مشوها غير مستو.

الآن، لو تركنا جسما في الهواء ساكنا وأطلقناه عند النقطة $x = x_0$.. ماذا سيحصل له؟

تذكر أن الجاذبية الآن لم تعد قوة، فالجسم حر ولا يتعرض لأي قوة، إذن، سيبقى ثابتا، أي أنه سيبقى عند النقطة $x = x_0$، لكن تذكر أننا في أربعة أبعاد، إذن فالجسم سيسير في الزمن نحو المستقبل، وحتى نرسم مساره بشكل مستقيم على الأسطوانة المشوهة السابقة، سنقوم باستخدام شكلها الذي نشرناه على سطح مستو، ثم نرسم مسارا مستقيما عليه كما تمثل الوثيقة (9-6-5).



وثيقة (9-6-5): تمثيل السقوط الحر على نسيج زمكان منحن

مسار الجسم ممثل باللون الأزرق، والأرض ممثلة بالخط الأحمر، لاحظ أن الجسم بسيره في الزمن نحو المستقبل، فإنه يقترب شيئا فشيئا من الأرض حتى يصل إليها، وبهذا نكون قد فسرنا السقوط الحر فقط من خلال انحناء الزمن!

فرغم أن كل ما نفعله هو رسم مسارات مستقيمة، إلا أن الانحناء في الزمن سبب تأثير الجاذبية.

وبهذا نكون قد فهمنا تقريبا كيف تعمل الجاذبية.

من المثير للاهتمام أنك لو كنت واقفا، فإن الزمن يمر على قدمك بشكل أبطأ من الزمن الذي يمر على رأسك، فحرفيا، قدماك أصغر عمرا من رأسك، ولكن طبعا هذا الفرق في الزمن غير محسوس إطلاقا!

فحتى تصبح قدماك أصغر عمرا من رأسك بثانية وحدة، عليك أن تبقى واقفا لمدة 170 مليون سنة!

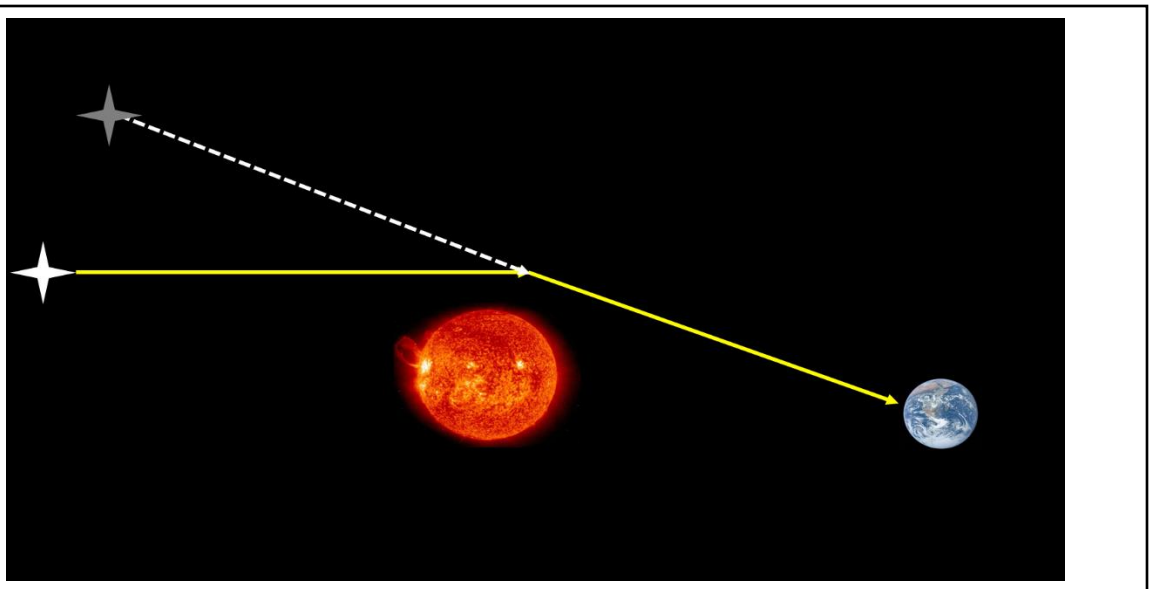
لكن المثير للاهتمام أكثر، أن هذا المقدار رغم ضآلته، إلا أنه السبب في جميع تأثيرات الجاذبية التي تراها، فلو ألقيت نفسك من برج، فالذي سيقتلك ليست "قوة الجاذبية" وإنما ذلك الفرق الضئيل في الزمن بين رأسك وقدمك..

انحناء المكان:

لكن ليس هذا كل شيء! فانحناء الزمن يمكن استبداله بجاذبية نيوتن وسنحصل على نفس النتيجة.

حسب نيوتن، الضوء هو جسيمات لها كتلة... إذن فهذه الجسيمات تتأثر بالجاذبية، ولو مرت بحقل جاذبية قوي فستنحني عن مسارها.

نعلم أن الشمس لها كتلة كبيرة، وبالتالي يمكن أن نلاحظ انحناء الضوء لو مر بها، فلو أن هناك نجما خلف الشمس، فبسبب انحناء مسار الضوء القادم من هذا النجم، سنلاحظ انحرافا له عن موقعه الحقيقي كما تمثل الوثيقة (9-6-6).



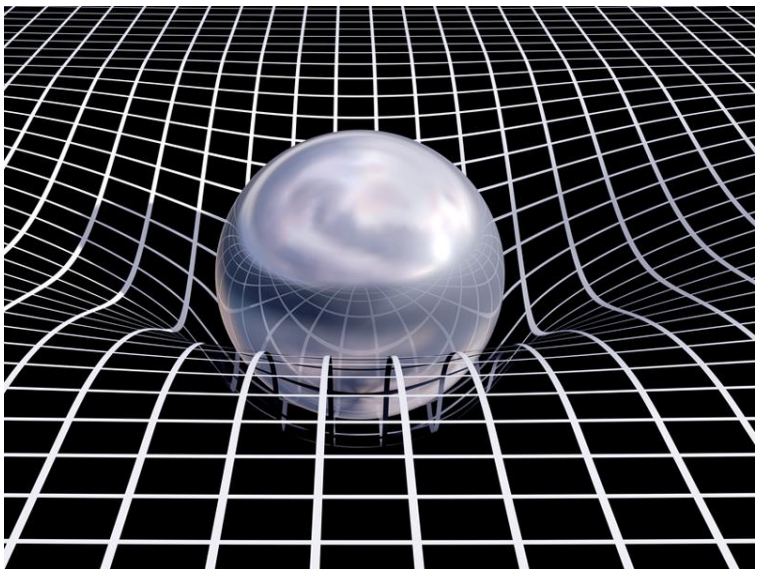
وثيقة (9-6-6): انحراف الموقع الظاهري للنجوم بسبب جاذبية الشمس

في سنة 1911 نشر أينشتاين ورقة بحثية قام فيها بحساب الانحراف المتوقع لمواقع النجوم وذلك من خلال استخدامه لمعادلات انحناء الزمن، لكن النتيجة التي توصل إليها لم تكن مثيرة للاهتمام، لأنها كانت مطابقة للنتيجة التي سنتوصل إليها من خلال جاذبية نيوتن.
وأيضا، مازال انحناء الزمن غير قادر على تفسير مشكلة كوكب عطارد.

لنقم بالتجربة العقلية التالية:
تخيل أن لدينا ليزرا عند النقطة A، نطلق من خلاله شعاع ضوء موجه نحو النقطة B، ولنقل إن الضوء يأخذ ثانية واحدة فقط لينتقل على هذه المسافة.
لنعد نفس التجربة، لكن هذه المرة سنضع كوكبا ضخما بين النقطتين، وسنقوم بحفر نفق داخل هذا الكوكب حتى يتمكن الضوء من المرور.
والسؤال، هل سيأخذ الضوء نفس المدة لينتقل من النقطة A إلى النقطة B؟
والإجابة، أن الضوء سيأخذ وقتا أطول عند دخوله النفق بسبب تباطؤ الزمن الذي تتسبب به جاذبية الكوكب! وبالتالي فإن الضوء سيأخذ زمنا أطول ليصل بين النقطتين.
ولو نظرنا إلى هذا من زاوية أخرى، فإن التأخر الذي حدث لشعاع الضوء دليل على أن المسافة بين النقطتين قد زادت، ولكن كيف لنا أن نزيد المسافة بين النقطتين بمجرد وضع كوكب بينهما؟
لنفهم هذا جيدا، تخيل أنك تريد قطع جبل وعندك طريقان، طريق داخل نفق، وطريق آخر تقليدي تصعد فيه نحو قمة الجبل ثم تنزل لتكمل طريقك، فرغم أن وجهتك واحدة، إلا أن الطرق متعددة وليس لها نفس الطول، فالمسار داخل النفق أسرع ويأخذ منك زمنا أقصر، أما المسار الآخر فهو أطول ويأخذ منك زمنا أكبر.
والمساران كلاهما مسار مستقيم، إلا أن السطح نفسه الذي رسمنا عليه المسار الثاني هو سطح منحن، فالمسافة إذن ستزيد.

نفس الأمر حدث عندنا هنا بين النقطتين، في البداية مر شعاع الضوء بشكل مستقيم على زمكان مسطح، لكن بعد وضع ذلك الكوكب بينهما، تمدد المكان، فزادت المسافة وقطع الضوء رحلته بشكل مستقيم لكن هذه المرة على زمكان منحن.
ويمكن أن نقول، أننا بوضع ذلك الكوكب بينهما، فقد قمنا فعليا بزيادة المسافة بينهما دون القيام بإبعادهما عن بعضهما!

ولو أردنا تمثيل الانحناء الذي حدث في المكان بسبب الجاذبية، فسنحصل على الشكل الذي يشبه الانحناء والذي تمثله الوثيقة (9-6-7).



وثيقة (9-6-7): الانحناء في المكان (في بعدين)

يرجى الانتباه إلى أن التمثيل السابق يمثل نسيج المكان فقط من دون الزمن.

وهذا هو أشهر شكل يتم من خلاله تبسيط النسبية العامة، ولكن كما ترى، فهذا الشكل رغم أنه مقاربة جيدة للجاذبية، إلا أنه في الحقيقة لا علاقة له بالسقوط الحر (إلا في حالة الجاذبية الشديدة)، لأننا كما قلنا فالسقوط الحر نفسره من خلال انحناء الزمن!

وأيضا، كما تعلم، في هذه المقاربات يستخدمون الجاذبية لتفسير الجاذبية وهذا ليس تفسيرا منطقيا، ولكن مع ذلك يبقى مقاربة جيدة لتبسيط المفاهيم.

وكما ترى، فقد مثلنا هنا الانحناء في البعدين المكانيين في بعد مكاني ثالث.. لكن كيف لنا أن نمثل الانحناء في ثلاثة أبعاد مكانية دون أن يكون عندنا بعد مكاني رابع! والإجابة أننا لا نحتاج إلى بعد مكاني رابع لتمثيل الانحناء، فكما رأينا، الأسطوانة رغم أن سطحها له بعدين فقط، فهي مرسومة في ثلاثة أبعاد، ومع ذلك فإن سطحها يعتبر سطحا غير منحن، فرسم سطح ثنائي الأبعاد بشكل منحن في ثلاثة أبعاد ليس معيارا لنقول أن هذا السطح به انحناء، وكل ما علينا هو الاستعانة بالرياضيات والهندسة التفاضلية، فاستخدام حدسنا في مثل هذه القضايا المعقدة سيزيد الأمور تعقيدا.

تعتمد النسبية العامة على الهندسات اللاإقليدية، والتي تقوم على إحداثيات غاوس، وهي الحالة العامة، وجميع نظم الإحداثيات التي نعرفها سابقا ماهي إلا حالة خاصة من إحداثيات غاوس.

يعطى الجداء السلمي بشكل عام بالعلاقة التالية:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \sum_{\mu,\nu} g_{\mu\nu} A_\mu B_\nu \qquad (9.6.A)$$

وبما أن إحداثيات غاوس تعطينا الحالة العامة، فإن المترية هنا ستعطى بالشكل التالي في أربعة أبعاد:

$$g = \begin{pmatrix} g_{00} & g_{01} & g_{02} & g_{03} \\ g_{10} & g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{20} & g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{30} & g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{pmatrix} \qquad (9.6.B)$$

كما ترى، فالهندسة الإقليدية ماهي إلا حالة خاصة من هندسة غاوس، الفرق الوحيد أن المترية في الهندسة الإقليدية تساوي:

$$g = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad (9.6.C)$$

أما في فضاء مينكوفسكي فكما رأينا من قبل، تختلف عن المترية الإقليدية في العنصر g_{00} حيث تكون إشارته معاكسة لإشارة العناصر g_{ii}.

7) معادلات النسبية العامة:

كلنا يعرف قانون الجذب العام لنيوتن، وكلنا يعرف كيف يطبقه ويمكن فهمه بسهولة، على سبيل المثال، لو أعطيتك المعادلة التالية:

$$F = mg \qquad (9.7.A)$$

ثم طلبت منك أن تشرحها، فستخبرني ببساطة أن هناك قوة F تدفع الأجسام ذات كتلة m بتسارع g.

لكن للأسف، هذه البساطة لا تنطبق على نظرية النسبية العامة، إذ أنها تطلب فهما عميقا بالهندسة التفاضلية والهندسات غير الإقليدية، وتعتمد النظرية على معادلتين أساسيتين، أولهما معادلة الجيوديسك، وهي المعادلة التي تصف حركة الأجسام على نسيج زمكان منحن، وتعطى بـ:

$$\frac{d^2x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma^\mu_{\alpha\beta} \frac{dx^\alpha}{d\tau} \frac{dx^\beta}{d\tau} = 0 \qquad (9.7.B)$$

تصف المعادلة السابقة مسار جسيم احداثياته الزمكانية x^{μ}، وزمنه الذاتي τ، في زمكان منحني، يوصف انحناؤه برموز كريستوفل $\Gamma^{\mu}_{\alpha\beta}$، التي تصف الاتصالات بين الأبعاد المختلفة.

لاحظ أنه في حالة نسيج زمكان مسطح، تكون الأبعاد كلها مستقلة، هذا يعني أن رموز كريستوفل كلها ستنعدم وتتبقى لنا المعادلة التالية:

$$\frac{d^2x^{\mu}}{d\tau^2} = 0$$

هذه المعادلة تصف حركة الأجسام في نسيج زمكان مسطح، ولو أمعنت النظر في المعادلة، فهي تقول أن تسارع الجسم يجب أن يكون معدوما، وهذا هو مبدأ القصور الذاتي، أو ما يعرف بقانون نيوتن الأول!
بالتالي، معادلة الجيوديسك ماهي إلا تعميم لقانون نيوتن الأول ليصف حركة الأجسام الحرة على نسيج زمكان منحن.

أما المعادلة الثانية، فتسمى بمعادلة المجال أو معادلة الحقل، وهي معادلة تفاضلية تصف تأثير الكتلة والطاقة على نسيج الزمكان وتعطى كما يلي:

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \qquad (9.7.C)$$

الطرف الأيمن للمعادلة يصف كمية المادة والطاقة من خلال موتر الإجهاد–الطاقة (Energy-Tension Tensor $T_{\mu\nu}$).

أما الطرف الأيسر فيصف انحناء نسيج الزمكان الناتج من خلال موتر أينشتاين (Einstein Tensor $G_{\mu\nu}$)، أما الثابت Λ فهو الثابت الكوني، والذي يتحكم في كمية الطاقة المظلمة المسؤولة عن توسع الكون، وقد تمت إضافته لأن ذلك مسموح رياضيا ويحافظ على شكل المعادلة، فأضافه أينشتاين معتقدا أنه الثابت الذي يحافظ على الحالة المستقرة للكون، لكن بعد اكتشاف توسع الكون أدرك أينشتاين خطأه الذي ارتكبه حين افترض أن الكون يحافظ على حالته المستقرة، فحذف هذا الثابت مجددا، لكن لاحقا، تم اكتشاف أن الكون يتوسع بتسارع، وهذا أجبرنا على إضافة الثابت مجددا لكن هذه المرة لسبب مختلف تماما.

أما الثوابت $\frac{8\pi G}{c^4}$ فهي التي تحدد مقدار تأثير الطاقة والمادة على نسيج الزمكان، بزيادته يزداد تأثير الجاذبية على نسيج الزمكان.

يجدر التنبيه إلى أن تعقيد معادلة المجال يكمن أنها في الواقع ليست معادلة واحدة، بل نظام معادلات تفاضلية من 16 معادلة!، مما يجعل حلها بشكل عام صعب جدا، لكن بسبب بعض التناظرات يمكن تقليص هذه المعادلات إلى 10 معادلات بدلا من 16.

هذه المعادلة المجهول فيها هو المترية $g_{\mu\nu}$، والمعلوم هو توزيع المادة والطاقة $T_{\mu\nu}$.

8) الفرق بين النسبية الخاصة والنسبية العامة:

النسبية الخاصة تدرس الأجسام التي تتحرك بسرعات قريبة من سرعة الضوء بعيدا عن تأثيرات الجاذبية، أما النسبية العامة، فهي تدخل تأثير الجاذبية وتقدم تفسيرا أشمل للجاذبية من تفسير نيوتن.

تقوم النسبية الخاصة على مبدأين أساسيين، وهما مبدأ انحفاظ جميع قوانين الفيزياء بالنسبة لجميع المراجع القصورية، وكذلك مبدأ انحفاظ سرعة الضوء لجميع المراجع القصورية.

أما النسبية العامة فهي تقوم على مبدأ تكافؤ جميع قوانين الفيزياء بين المراجع المتسارعة والمراجع التي تتعرض لمجال جاذبية، وسميت بالنسبية العامة لأنها تعمم الدراسة على نسيج زمكان منحن.

9) نجاح نظرية النسبية العامة:

لكن طبعا ليس من المنطقي أن تفترض افتراضات دون إثبات تجريبي ثم تتوقع إقبالا من المجتمع العلمي على نظريتك، لذلك بقيت نظرية النسبية العامة مجرد فكرة جميلة لكن لا أحد مهتم بها.

في البداية، تمكنت معادلات أينشتاين لانحناء المكان من حل مشكلة مدار كوكب عطارد بدقة، لكن هذا لم يكن كافيا، يمكن لأي أحد أن يقوم ببناء نموذج رياضي يحل مشكلة قائمة، لكن الصعب أن يصمد هذا النموذج أمام الاختبارات اللاحقة.

كانت هذه نقطة لصالح النسبية العامة، لكن لم تكن إثباتا قاطعا لها.

نظر أينشتاين إلى ورقة بحثية قديمة نشرها عام 1911، والتي توقع فيها انحناء ضوء النجوم القادم من الشمس بسبب انحناء الزمن، ولكن كما قلنا فهذا كان متوافقا تماما مع توقعات نيوتن فهذا ليس جديدا ولن يكون مفيدا.

لكن مع التدقيق، وجد أينشتاين أنه ارتكب خطآ فادحا، لأنه نسي أن يدخل انحناء المكان في حساباته، فتدارك الوضع وأدخل انحناء المكان في ورقة بحثية له نشرها في 1915 ووجد أن انحراف ضوء النجوم سيكون ضعف ما توقعه نيوتن.

وعندما جاء كسوف الشمس أخيرا، تم حساب انحراف ضوء النجوم ووجدوا أنه مطابق لتوقعات معادلات نظرية النسبية العامة، ومن هنا بدأ الاهتمام بهذه النظرية، وهذا كان أول إثبات على صحة جاذبية أينشتاين.

ثم توالت التجارب التي أثبتت بشكل قاطع دقة جاذبية أينشتاين، حيث تمكن العلماء من اثبات حدوث تأثير دوبلر الجذبوي، وأيضا أثبتوا ظاهرة عدسة الجاذبية في صور المجرات البعيدة، وكذلك رصدوا موجات الجاذبية التي تنبأ بها أينشتاين، وبعد تصوير الثقب الأسود سنة 2018 وجدنا أنه مطابق تماما للمحاكاة التي أجريت له بناء على نظرية النسبية العامة.

ملخص أهم نتائج نظريتي النسبية الخاصة والعامة

1) النسبية الخاصة:

المبادئ الأساسية:

- جميع القوانين الفيزيائية هي نفسها بالنسبة لجميع المراجع القصورية.
- سرعة الضوء هي نفسها بالنسبة لجميع المراجع القصورية.

النتائج:

في جميع ما يلي سنفترض أنك ساكن وأن هناك شخصا يتحرك بسرعة كبيرة جدا بالنسبة لك.

تباطؤ الزمن: ستلاحظ أن زمن الشخص المتحرك يتباطأ بالنسبة لك، وحتى ذلك المتحرك سيرى أن زمنك يتباطأ.

تقلص الطول في اتجاه الحركة: ستلاحظ أن مركبته تتقلص في اتجاه حركتها، وسيلاحظ هو أيضا أن كل شيء ثابت بالنسبة لك يتقلص في اتجاه حركته.

نسبية الآنية: لو ضربت صاعقتان مكانين مختلفين في نفس الوقت بالنسبة لك، فبالنسبة للمتحرك فإن الصاعقتان لم تنزلا في نفس الوقت، بل نزلت الصاعقة التي أمامه أولا، ثم بعدها نزلت الصاعقة الخلفية.

انحراف الضوء: لو أنك تراقب نجمة ترتفع عنك بزاوية معينة، فإنه بالنسبة للمتحرك، فزاوية ارتفاع النجم ستختلف.

تأثير دوبلر: يطرأ على تأثير دوبلر الكلاسيكي تصحيحات طفيفة بسبب تقلص الطول وتباطؤ الزمن بين المراجع المختلفة.

الزمكان رباعي الأبعاد: لا يمكن للنسبية أن تكون صحيحة ومنطقية إلا على نسيج زمكان رباعي الأبعاد غير إقليدي يتميز ببعد زمني مختلف عن الأبعاد المكانية، ونطلق عليه فضاء مينكوفسكي.

في فضاء مينكوفسكي، الخط المستقيم بين نقطتين يعتبر أطول مسار بينهما، وأي مسار متعرج بين النقطتين يعطينا مسافة زمكانية أقل.

بالنسبة لمرجع متسارع، فإن هناك نقطة خلفك لن تتمكن من رؤية مستقبلها، وتسمى بأفق ريندلر.

في المراجع المتسارعة، نجد أن سرعة الضوء لا تعطي دائما نفس القيمة، بل تتغير حسب المكان.

2) النسبية العامة:

المبادئ الأساسية:

- جميع القوانين الفيزيائية متكافئة بين المراجع المتسارعة والمراجع التي تتعرض لمجال جاذبية.

النتائج:

انحناء الزمن: تسبب الجاذبية مرور الزمن بشكل أبطأ، وهذا هو السبب في السقوط الحر ودوران الكواكب والأقمار.

انحناء المكان: يرافق انحناء الزمن انحناء في المكان، يسبب هذا الانحناء بعض الظواهر التي لم تفسرها جاذبية نيوتن واستطاعت النسبية العامة تفسيرها.

معادلة المجال لأينشتاين:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

"الكتلة تخبر نسيج الزمكان كيف ينحني، ونسيج الزمكان يخبر الكتلة كيف تتحرك"

انحناء الضوء: ينحني مسار الضوء بمروره بمجال جاذبية، وذلك بسبب انحناء الزمكان نفسه الذي يسير فيه الضوء، وتم إثبات ذلك لأول مرة في كسوف 1919، وكان أول دليل على صحة نظرية أينشتاين للجاذبية.

الانزياح الأحمر الجذبوي: فلو أطلقت شعاع ضوء من مجال جاذبية قوي، نحو مجال جاذبية ضعيف، فستلحظ أن طوله الموجي يزداد، وتم إثبات ذلك عمليا عام 1959 وذلك في تجربة باوند–ريبيكا.

ظاهرة عدسة الجاذبية: فبما أن الضوء ينحني أثناء مروره بمجال جاذبية قوي، فهذا يعني أن الجاذبية قادرة أيضا على أن تعمل كعدسة وتجمع الضوء خلفها في نقطة واحدة، ويمكن رؤية أمثلة كثيرة لظاهرة عدسة الجاذبية في صور جيمس ويب JWST.

موجات الجاذبية: وهي تموجات تنتشر في الفضاء بسرعة الضوء، وتظهر لنا على أنها تقلصات وتمددات في الطول، وقد تم رصدها لأول مرة في مرصد ليغو سنة 2016 إثر اصطدام ثقبين أسودين، أي بعد 100 سنة من تنبؤ أينشتاين بها.

الثقوب السوداء: في ربيع عام 2019، تم نشر أول صورة حقيقية تماما للثقب الأسود، تصوير صورة كهذه يتطلب تيليسكوبا بحجم الأرض كلها، لذلك تم توزيع ثمان تيليسكوبات على مناطق مختلفة من الأرض مع مزامنتها بواسطة ساعات ذرية، والجميل أن صورة الثقب الأسود كانت متطابقة تماما مع المحاكاة الحاسوبية التي أجريت له بناء على نظرية النسبية العامة لأينشتاين، وهذا يعد انتصارا لها.

خاتمة

وفي الختام، كانت هذه مجرد مقدمة بسيطة لأحد أهم الثورات في علم الفيزياء، والتي غيرت منظورنا للكون من حولنا بشكل كامل، فالنسبية الخاصة على سبيل المثال، أصبحت تدخل في الكثير من فروع الفيزياء، فبدمجها مع ميكانيكا الكم، نحصل على نظرية الحقول الكمومية، والتي تعد أعظم نظرية في الوقت الحالي، لقوتها على التنبؤ بالجسيمات المختلفة وخصائصها.

وأيضا، في مجال الفيزياء الذرية، فإن النسبية تدخل كعامل تصحيح، ولها تأثير كبير في بعض الأحيان، فبإدخال التصحيح النسبي على ذرات الذهب نجد أنها تطلق لونا ذهبيا مميزا، ولولا التصحيح النسبي، لكان عنصر الذهب يمتلك لونا فضيا بدلا من ذلك! هذا يعني أن من بين تأثيرات النسبية التي يمكن ملاحظتها في الحياة اليومية، اللون المميز للذهب !

أيضا، لولا النسبية، لما كان للمغناطيس أي وجود، وذلك لسببين، السبب الأول أنه كما رأينا من قبل، فالمجال المغناطيسي ما هو إلا مجال كهربائي يتولد بسبب تأثيرات نسبية كتقلص الطول وتباطؤ الزمن، أما السبب الثاني، فهو أن المغناطيس يعمل بسبب اللف المغزلي لإلكترونات ذراته، وهذا اللف المغزلي لم يكن مفهوما، حتى جاءت معادلات ديراك التي تدمج بين ميكانيكا الكم والنسبية الخاصة لتخرج لنا خاصية اللف المغزلي للإلكترونات كنتيجة طبيعية ناتجة عن الدراسة النسبية للأنظمة الكمومية.

أما النسبية العامة، فهي حجر الأساس لدراسة علم الكونيات والكون المبكر، وكذلك دراسة الأحداث الكونية المختلفة، كانفجارات السوبرنوفا، وتوسع الكون، ودراسة الثقوب السوداء وبداية الكون.

أيضا تستخدم النسبية العامة لدراسة إشعاع الخلفية المايكروي لتحديد خصائص الكون المبكر، بالتالي، يمكنني وصف نظرية النسبية العامة على أنها آلة زمن مكنت العلماء من السفر 13.8 مليار سنة إلى الخلف !

هذا الكتاب كان مجرد مدخل إلى هذا العلم، أتمنى أن ينال إعجاب القارئ، وأن يستفيد منه، إن كنت مهتما بالتعمق أكثر، أنصحك ألا تتوقف هنا وتتطلع على الصفحة التالية والتي تحتوي على المراجع التي استند عليها هذا الكتاب، وبها تفصيل أعمق لكل جزئية.

المراجع

ألبرت أينشتاين، "النظرية الخاصة والعامة"، مكتبة نور، 2017.

شفيق بن شوق، محاضرات في النسبية الخاصة، قسم الفيزياء الأساسية، جامعة هواري بومدين للعلوم والتكنولوجيا، 2023–2024.

راسل ستانارد، "النسبية: مقدمة قصيرة جدا"، مؤسسة هنداوي للطباعة والنشر، 2014.

R.S.Vieira, Solution of Supplee's submarine paradox through special and general relativity.

Ehrenfest paradox - Wikipedia.

Eigenchris, Relativity by Eigenchris – Youtube playlist.